Lösungen der Klausur der 6F-34 vom 5.9.07

1. a) $\dfrac{x^2}{3x^2+1} \rightarrow \dfrac{x^2}{3x^2} = \dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{x^3 - x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1} \rightarrow \dfrac{x^3}{x^4} = \dfrac{1}{x} \rightarrow 0$

c) $\dfrac{2x^3}{x^2 - 5x} = 2x^3 : (x^2 - 5x) = 2x + 10 + \dfrac{50x}{x^2 - 5x} \rightarrow 2x + 10$ schräge Asympt.

d) $\dfrac{x^5}{x^2+1} \rightarrow \dfrac{x^5}{x^2} = x^3 \rightarrow \pm\infty$

e) $\dfrac{2x - x^2}{x+1} = (-x^2 + 2x) : (x+1) = -x + 3 - \dfrac{3}{x+1} \rightarrow -x - 3$ schräge Asympt.

f) $\dfrac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2} = \dfrac{x^3}{x^2} + \dfrac{2x^2}{x^2} + \dfrac{1}{x^2} = x + 2 + \dfrac{1}{x^2} \rightarrow x + 2$ schräge Asympt.

2. a) $f'(x) = \dfrac{(2x-3)\cdot x - 1\cdot(x^2 - 3x + 1)}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$

b) $f'(x) = \dfrac{-1\cdot(x+1) - 1\cdot(1-x)}{(x+1)^2} = -\dfrac{2}{(x+1)^2}$

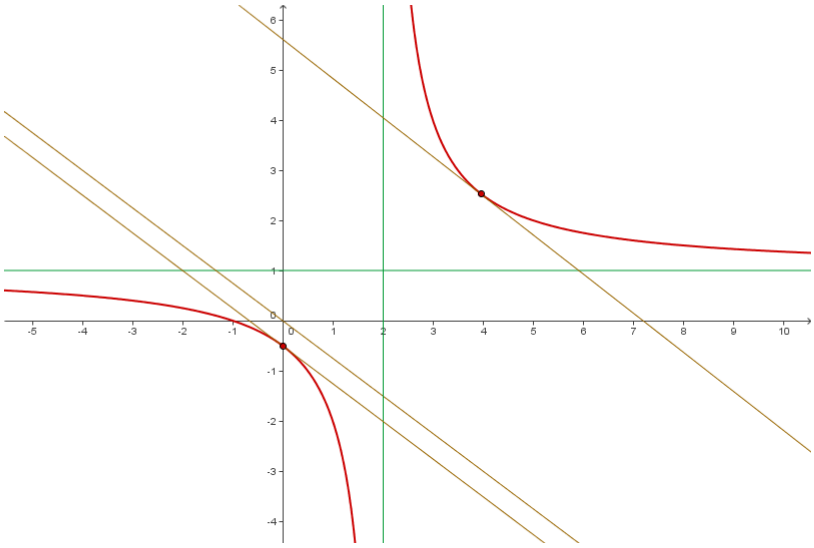
c) $f'(x) = \dfrac{0\cdot(x^2 - 5x) - (2x-5)\cdot 1}{(x^2 - 5x)^2} = \dfrac{-2x + 5}{(x^2 - 5x)^2}$

oder mit der Kettenregel: $f'(x) = -\dfrac{1}{(x^2 - 5x)^2}\cdot(2x - 5)$

3. a) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) $x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -1$

c) Die Kurve hat weder Extrema noch Wendepunkte.
Die Steigung ist immer negativ: die Kurve fällt
Die Krümmung f''(x) ist für $x > 2$ positiv: Linkskrümmung
Die Krümmung f''(x) ist für $x < 2$ negativ: Rechtskrümmung
Zusammen mit dem Pol $x = 2$. der Asymptote $y = 1$ und der Nullstelle ergibt sich folgender Graph:



d) die Gerade hat die Steigung $-\frac{3}{4}$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2} = -\frac{3}{4}$$

$$12 = 3 \cdot (x-2)^2$$
$$4 = (x-2)^2$$
$$\pm 2 = x - 2 \qquad \Rightarrow \qquad x = 4 \;\text{ mit }\; P(4|2.5) \;\text{ und }\; x = 0 \;\text{ mit }\; P(0|-0.5)$$