

Eine zum Ursprung symmetrische Parabel 5. Ordnung geht durch $P(1|3)$ und berührt die x-Achse bei $x = -2$.

"berührt die x-Achse bei $x = -2$ " heisst zweierlei: Der Punkt liegt auf der x-Achse.
 $P(-2|0)$.
In diesem Punkt ist die Steigung $m = 0$.

Ansatz: $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$ dank Symmetrie einfacherer Ansatz!
 $f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2 + c$

$P(1 3)$	ergibt:	$f(1) = 3$	$\left \begin{array}{l} 3 = a + b + c \\ 0 = -32a - 8b - 2c \\ 0 = 80a + 12b + c \end{array} \right $	(1)
$B(-2 0)$		$f(-2) = 0$		(2)
$m = 0$ in B		$f'(-2) = 0$		(3)

Bei diesem Gleichungssystem lohnt sich der Einsatz des Taschenrechners einigermaßen.

Lösungen:

$$\mathbf{a} = \frac{1}{3}$$
$$\mathbf{b} = -\frac{8}{3}$$
$$\mathbf{c} = \frac{16}{3}$$

Gleichung: $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{16}{3} = \frac{1}{3}(x^4 - 8x^2 + 16)$