[Kanti Frauenfeld 78, Wb]

$$f_1(x) = \frac{1}{16}\left(x^3 - 3x^2 - 9x + 43\right)$$

a) Berechnen Sie die ausgezeichneten Stellen dieser Funktion und zeichnen Sie den Graph G (Einheit: 4 Häuschen).

b) Durch Spiegelung von F_1 an der y-Achse erhält man den Graph F_2. F_2 habe die Funktionsgleichung $f_2(x)$.
In welcher Beziehung stehen $f_1(x)$ und $f_2(x)$? Geben Sie $f_2(x)$ an.

c) Berechnen Sie das Gebiet, welches F_1 und F_2 im I. Quadranten einschliessen.

---

a) Kurvendiskussion

$$f_1(x) = \frac{1}{16}(x^3 - 3x^2 - 9x + 43)$$

$$f_1'(x) = \frac{1}{16}(3x^2 - 6x - 9) = \frac{3}{16}(x-3)(x+2)$$

$$f_1''(x) = \frac{3}{16}(2x-2) = \frac{3}{8}x - 1)$$

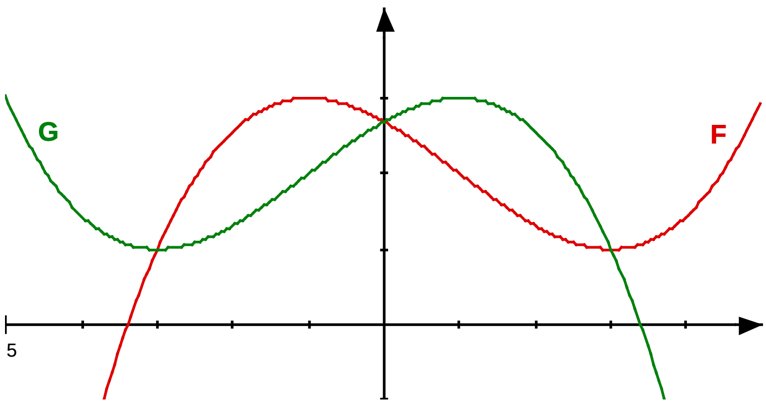
Die Nullstelle ist ungefähr bei $x = -3.4$

Maximum $(-1|3)$

Minimum $(3|1)$

Wendepunkt $(1|2)$ mit $f_1'(1) = -\frac{9}{16}$

Graph:



b) Bei einer Spiegelung an der y-Achse wird x zu –x.

$$f_2(x) = \frac{1}{16}\left(-x^3 - 3x^2 + 9x + 43\right)$$

c) Fläche zwischen den beiden Graphen.

Schnitt: $$f_2(x) - f_1(x) = \frac{1}{16}\left(-x^3 - 3x^2 + 9x + 43\right) - \frac{1}{16}\left(x^3 - 3x^2 - 9x + 43\right) = 0$$

$$\frac{1}{16}\left(-2x^3 + 18x\right) = 0$$

$$\frac{-2x}{16}\left(x^2 - 9\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 3$$

Fläche (die beiden Stücke sind symmetrisch!):

$$A = \tfrac{2}{16}\int_0^3 (18x - 2x^3)\,dx = \tfrac{1}{8}\left[9x^2 - \frac{x^4}{2}\right]_0^3 = \tfrac{1}{8}(81 - \tfrac{81}{2}) = \frac{81}{32}$$