

Bestimmen Sie die Berührungspunkte derjenigen Tangenten an den Graphen der Funktion  $f$ , die durch den Ursprung des Koordinatensystems gehen.

$$f: f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 4$$


---

Annahme: der Berührungspunkt sei an der Stelle  $x = u$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 4 \qquad f(u) = -\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4 \qquad B(u / -\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4)$$

$$f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x \qquad f'(u) = -\frac{3}{2}u^2 + 6u \qquad m = -\frac{3}{2}u^2 + 6u$$

Daraus ergibt sich für die Tangentengleichung:  $y - (-\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4) = (-\frac{3}{2}u^2 + 6u)(x - u)$

und für  $(0/0) \in$  dieser Tangente:  $0 - (-\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4) = (-\frac{3}{2}u^2 + 6u)(0 - u)$   

$$+\frac{1}{2}u^3 - 3u^2 - 4 = \frac{3}{2}u^3 - 6u^2$$
  

$$0 = u^3 - 3u^2 + 4$$

### LÖSUNG DER GLEICHUNG

Ausprobieren:  $x = 1 \quad 1 - 3 + 4 = 2$   
 $x = -1 \quad -1 - 3 + 4 = 0$

$x_1 = -1$  ist Lösung; wir zerlegen die Gleichung:

$$u^3 - 3u^2 + 4 = (u + 1)(u^2 - 4u + 4) = (u + 1)(u - 2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{2,3} = 2$$

$$\begin{array}{r} u^3 - u^2 \\ \hline -4u^2 \\ -4u^2 - 4u \\ \hline 4u + 4 \end{array}$$

Die Berührungspunkte sind  $B_1(-1/7.5)$  und  $B_2(2/12)$