

**Aufgabe 1:**

I  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$

- Zeigen Sie, dass gilt:  $f(x)' = \frac{-12x}{(x^2 - 4)^2}$

$$f(x)'' = \frac{36x^2 + 48}{(x^2 - 4)^3}$$

- Geben Sie die Definitionsmenge an.
- Untersuchen Sie den Graphen auf Nullstellen und Hoch- bzw. Tiefpunkte.
- Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an, untersuchen Sie dabei auch das Verhalten des Graphen für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$ .

II.  $f(x) = 2\sqrt{x^2 - c}$

Berechnen Sie c so, dass die Steigung des Graphen im Punkt P(5/y) 2.5 beträgt.

**Aufgabe 2:**

I. Leiten Sie ab und vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich

a.  $f(x) = 0.5 \cdot x^2 \cdot (4x^3 + 1)$

b.  $h(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$  Leiten sie ab und zeigen Sie, dass gilt  $h'(x) = \frac{1}{(\cos x)^2}$

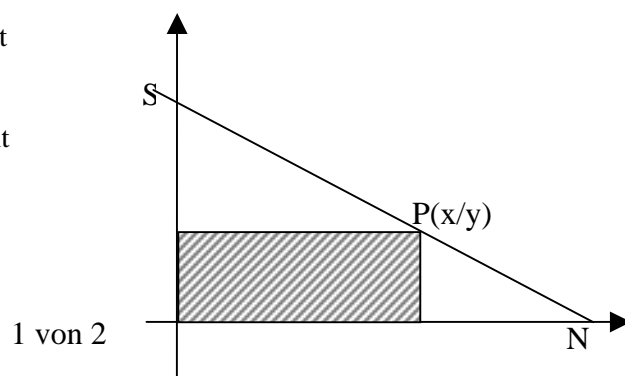
II. a Berechnen Sie die Grenze a so, dass gilt  $\int_0^a (x^2 - a \cdot x) = -4.5$

- b Der Graph der Funktion  $f(x) = x^3 - 4x$  und die x-Achse schliessen eine Fläche ein. Berechnen Sie ihren Inhalt.

**Aufgabe 3:**

I. Der Graph einer Funktion 3. Grades geht durch die Punkte P(1/-5) und Q(2/0) und er hat im Punkt S(0/-4) die Steigung -2. Geben Sie die Funktionsgleichung an.

II. Die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt S(0/18) und die x-Achse im Punkt N(24/0)  
Wie müssen die Seiten des Rechtecks gewählt werden, damit der Flächeninhalt des Rechtecks maximal wird?



#### Aufgabe 4

I.  $f(x) = 8x \cdot e^{-x}$

Berechnen Sie die Punkte, in denen eine waagrechte Tangente vorliegt?

II.  $g(x) = e^{-\frac{1}{4}x+2}$

Der Graph von  $g$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $S(0/y)$

Geben Sie die Gleichung der Tangente im Punkt  $S$  an.

III. Die Vermehrung von Keimen in Kuhmilch lässt sich durch eine Exponentialfunktion beschreiben.

In einem  $\text{cm}^3$  Kuhmilch wurden 3 Stunden nach dem Melken 66000 Keime nachgewiesen, 2 Stunden später 1.1 Millionen.

- In welcher Zeit verdoppelt sich die Anzahl der Keime?
- Berechnen Sie die Anzahl der Keime 6 Stunden nach dem Melken.

#### Aufgabe 5

A(2/8/2)      B(4/0/4)      C(10/0/-2)

- Geben Sie die Koordinatengleichung der Ebene  $E$  an, die durch die drei Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  festgelegt wird.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $D$  so, dass das Viereck  $ABCD$  ein Quadrat ergibt.
- Ein Kreis  $k$  geht durch die Eckpunkte des Quadrates  $ABCD$ . Die Mittelpunkte aller Kugeln, die  $k$  als gemeinsamen Schnittkreis mit der Ebene  $E$  haben, liegen auf einer Geraden  $g$ . Geben Sie die Gleichung dieser Geraden an.

#### Aufgabe 6:

A(1/1/1)      B(3/3/1)      C(0/y/5)

Ebene  $E$ :  $x - y + z = 1$

- Zeigen Sie, dass die Punkte  $A$  und  $B$  in der Ebene  $E$  liegen. Der Punkt  $C$  liegt ebenfalls in der Ebene  $E$ . Berechnen Sie die  $y$ -Koordinate.
- Berechnen Sie die Winkel des Dreiecks  $ABC$ .
- Der Punkt  $M(4/0/3)$  ist der Mittelpunkt einer Kugel, die die Ebene  $E$  berührt. Berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes und den Radius der Kugel.
- Der Punkt  $H(6/-2/8)$  ist die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche  $ABC$ . Die Pyramide  $ABCH$  ist symmetrisch bezüglich einer Ebene  $F$ , d.h. die Ebene  $F$  teilt die Pyramide  $ABCH$  in zwei symmetrische Teile. Geben Sie die Gleichung der Ebene  $F$  an. (Beachten Sie bitte, dass Sie aus Aufgabenteil b schliessen können, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist).