

Für ein Fest werden Paarkarten und Einzelkarten verkauft, wobei zwei Einzelkarten zusammen 5 Franken mehr kosten als eine Paarkarte. Aus total 60 verkauften Karten werden 1890 Franken für Paarkarten und 450 Franken für Einzelkarten eingenommen.  
Wie viele Einzelkarten wurden verkauft?

Übersicht:	Anzahl Karten	Preis pro Karte	Ertrag
Einzelkarten	x	y	450 Fr.
Paarkarten	u	v	1890 Fr.

Es ergibt sich sofort:  $x + u = 60 \Rightarrow u = 60 - x$   
 $2y = v + 5 \Rightarrow v = 2y - 5$

Wir ersetzen u und y und berechnen die Erträge:

$$x \cdot y = 450$$

$$u \cdot v = 1890 \Rightarrow (60 - x)(2y - 5) = 1890$$

die zweite Gleichung ausrechnen:

$$120y - 300 - 2xy + 5x = 1890$$

$$120y - 2xy + 5x - 2190 = 0$$

Aus der ersten Gleichung entnehmen wir:  $x \cdot y = 450$  und  $y = \frac{450}{x}$

was wir in der zweiten einsetzen:

$$120y - 2xy + 5x - 2190 = 0$$

$$\frac{120 \cdot 450}{x} - 2 \cdot 450 + 5x - 2190 = 0 \quad \left| \cdot x \text{ und multiplizieren} \right.$$

$$54'000 - 900x + 5x^2 - 2190x = 0$$

$$5x^2 - 3090x + 54'000 = 0 \quad \left| : 5 \right.$$

$$x^2 - 618x + 10'800 = 0$$

Die Lösungen sind:

$$x_{1,2} = \frac{618 \pm \sqrt{618^2 - 4 \cdot 10'800}}{2} = \frac{618 \pm 582}{2} \Rightarrow x_1 = 600 \text{ zu gross für } u!$$

$$x_2 = 18$$

Es wurden 18 Einzelkarten zu 25 Fr. und 42 Paarkarten zu 45 Fr. verkauft.