

- a)  $x^2 - 20 \geq 0$
  - b)  $x^2 + 2x - 3 > 0$
  - c)  $2x^2 - 4x + 5 > 0$
  - d)  $-x^2 - 4x - 6 \geq 0$
- 

a)  $x^2 - 20 \geq 0$

Wir betrachten die Funktion  $y = x^2 - 20$ , deren Graph eine Parabel ist.

### 1. Schritt:

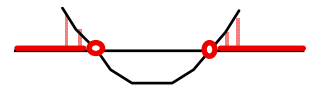
Nullstellen bestimmen; ob mit Faktorzerlegung, mit der Formel oder mit dem Taschenrechner ist egal.

$$x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow x_1 = +\sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad x_2 = -\sqrt{20}$$

### 2. Schritt

Unsere Parabel ist nach oben geöffnet;  
 $y = x^2 - 20$  ist grösser oder gleich Null, wenn die Punkte oberhalb oder auf der x-Achse liegen;

Stellen Sie sich diese Parabel mit den beiden Nullstellen vor, oder skizzieren Sie sie. Diese Zeichnung muss überhaupt nicht schön sein (s. Bild). Rot gestrichelt sind positive y-Werte, dick rot die gesuchten x-Werte.



Das sind hier die Zahlen im Bereich  $L = ]\infty; -2\sqrt{5}] \cup [2\sqrt{5}; \infty[$ .

Für die Lösungsmenge dieser Gleichung ergibt sich also:  $L = ]\infty; -2\sqrt{5}] \cup [2\sqrt{5}; \infty[$

Zur Kontrolle können Sie irgend einen Wert aus dem Bereich wählen und in der Ungleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} \text{z. B. } x = -5 &\Rightarrow 25 - 20 \geq 0 \\ x = \sqrt{20} &\Rightarrow 20 - 20 \geq 0 \end{aligned}$$

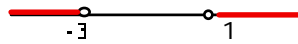
Versuchen Sie jetzt die anderen Aufgaben, ohne gleich die nächste Seite anzuschauen!

b)  $x^2 + 2x - 3 > 0$

Nullstellen:  $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 1$

$y = x^2 + 2x - 3$  ist eine nach oben geöffnete Parabel;  
sie ist links und rechts der Nullstellen oberhalb der Achse.

$L = ]-\infty; -3[ \cup ]1; \infty[$



c)  $2x^2 - 4x + 5 > 0$

Nullstellen:  $2x^2 - 4x + 5 = 0$  hat keine Lösungen.

$y = 2x^2 - 4x + 5 > 0$  ist eine nach oben geöffnete Parabel, die die x-Achse nie schneidet.  
Sie liegt also vollständig oberhalb der x-Achse und die Ungleichung ist für jeden x-Wert erfüllt.

$L = \mathbb{R}$

d)  $-x^2 - 4x - 6 \geq 0$

Nullstellen:  $-x^2 - 4x - 6 = 0$  hat keine Lösung

$y = -x^2 - 4x - 6$  ist eine nach unten geöffnete Parabel, die die x-Achse nicht schneidet;  
sie liegt also vollständig im unterhalb der x-Achse und hat keine positiven y-Werte.

$L = \{ \}$