a) $x^2 + x - 6 < 0$

b) $-x^2 - 4x + 5 \le 0$

c) $x^2 - 6x + 9 \le 0$

d) $-x^2 + 8x - 16 < 0$

---

a) $x^2 + x - 6 < 0$

Wir betrachten die Funktion $y = x^2 + x - 6 < 0$, deren Graph eine Parabel ist.

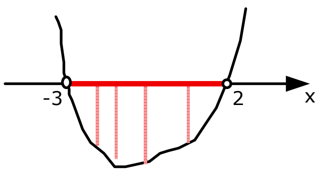
1. Schritt:

Nullstellen bestimmen; ob mit Faktorzerlegung, mit der Formel oder mit dem Taschenrechner ist egal.

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x+3)(x-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 2$$

2. Schritt

Unsere Parabel ist nach oben geöffnet;
$y = x^2 + x - 6$ ist kleiner als Null, wenn die Punkte unterhalb der x-Achse liegen;



Stellen Sie sich diese Parabel mit den beiden Nullstellen vor, oder skizzieren Sie sie. Diese Zeichnung muss überhaupt nicht schön sein (s. Bild). Rot gestrichelt sind negative y-Werte, dick rot die gesuchten x-Werte.
Das sind hier die Zahlen im Bereich $\left]-3;2\right[$.

Für die Lösungsmenge dieser Gleichung ergibt sich also: $L = \left]-3;2\right[$

Zur Kontrolle können Sie irgend einen Wert aus dem Bereich wählen und in der Ungleichung einsetzen:

z. B. $x = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 + 1 - 6 < 0$
$x = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 + 0 - 6 < 0$

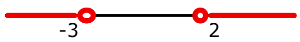
Versuchen Sie jetzt die anderen Aufgaben, ohne gleich die nächste Seite anzuschauen!

b) $-x^2 - 4x + 5 \le 0$

Nullstellen: $-x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = (x+5)(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -5, \quad x_2 = 1$

$y = -x^2 - 4x + 5$ ist eine nach unten geöffnete Parabel;
sie ist links und rechts der Nullstellen unterhalb der Achse.

$L = \left] \infty; -5 \right] \cup \left[1; \infty \right[$



c) $x^2 - 6x + 9 \le 0$

Nullstellen: $x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 3$

$y = x^2 - 6x + 9$ ist eine nach oben geöffnete Parabel, die die x-Achse im Punkt $P(3|0)$ berührt; dank der Bedingung ≤ hat die Ungleichung wenigstens die Lösung $x = 3$.

$L = \{ 3 \}$

d) $-x^2 + 8x - 16 < 0$

Nullstellen: $-x^2 + 8x - 16 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x-4)(x-4) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -4, \quad x_2 = -4$

$y = -x^2 + 8x - 16$ ist eine nach unten geöffnete Parabel, die die x-Achse im Punkt $P(4|0)$ berührt; sie liegt überall unterhalb der x-Achse ausser in $P(4|0)$ (die Bedingung heisst < !)

$L = \mathbb{R} - \{ 4 \}$