

$$a) \quad \left(\frac{x-5}{6}\right)^2 + \left(\frac{x-2}{3}\right)^2 = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 10x + 25}{36} + \frac{x^2 - 4x + 4}{9} &= \frac{x^2 - 2x + 1}{4} & | \cdot 36 \\ x^2 - 10x + 25 + 4(x^2 - 4x + 4) &= 9(x^2 - 2x + 1) \\ x^2 - 10x + 25 + 4x^2 - 16x + 16 &= 9x^2 - 18x + 9 \\ 0 &= 4x^2 + 8x - 32 & | : 4 \\ 0 &= x^2 + 2x - 8 \\ 0 &= (x + 4)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\mathbf{x_1 = -4}$$

$$\mathbf{x_2 = 2}$$

$$b) \quad \frac{2x^2 + 3x - 8}{x - 2} = x + 5 + \frac{6}{x - 2}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 + 3x - 8}{x - 2} &= x + 5 + \frac{6}{x - 2} & | \cdot (x - 2) \\ 2x^2 + 3x - 8 &= (x - 2)(x + 5) + 6 \\ 2x^2 + 3x - 8 &= x^2 + 5x - 2x - 10 + 6 \\ x^2 &= 4 \\ x_{1,2} &= \pm 2 \end{aligned}$$

Die negative Lösung kann nicht benützt werden: der Nenner wird Null!

Einzige Lösung: $\mathbf{x = 2}$

c) $\frac{x+11}{x+3} = \frac{2x+1}{x+5}$

$$\begin{aligned} \frac{x+11}{x+3} &= \frac{2x+1}{x+5} && | \cdot (x+3)(x+5) \\ (x+11)(x+5) &= (2x+1)(x+3) \\ x^2 + 16x + 55 &= 2x^2 + 7x + 3 \\ 0 &= x^2 - 9x - 52 \\ 0 &= (x-13)(x+4) \end{aligned}$$

$$\mathbf{x_1 = 13}$$

$$\mathbf{x_2 = -4}$$

d) $\frac{x}{2x-4} - \frac{4}{x+2} = \frac{1}{x-2}$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2x-4} - \frac{4}{x+2} &= \frac{1}{x-2} \\ \frac{x}{2(x-2)} - \frac{4}{x+2} &= \frac{1}{x-2} && | \cdot 2(x-2)(x+2) \\ x(x+2) - 8(x-2) &= 2(x+2) \\ x^2 + 2x - 8x + 16 &= 2x + 4 \\ x^2 - 8x + 12 &= 0 \\ (x-6)(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

Die Lösung $x = 2$ gehört nicht zum Definitionsbereich der Gleichung (der Nenner wird Null!).

Einzige Lösung: $\mathbf{x = 6}$