Beweisen Sie: $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\tan 2x} = \tan x$

$$\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\tan 2x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x}$$

Damit erhalten wir:

$$\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\tan 2x} = \frac{1}{\sin 2x} - \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$$

Nun wenden wir die Doppelwinkelformeln an:

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x)}{2\sin x \cos x} = \frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

Ich habe hier gerade die beste Formel für $\cos 2x$ genommen.
Wie sieht es mit den anderen aus?

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - (2\cos^2 x - 1)}{2\sin x \cos x} = \frac{2 - 2\cos^2 x}{2\sin x \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - (\cos^2 x - \sin^2 x)}{2\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x + (1 - \cos^2 x)}{2\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x + \sin^2 x}{2\sin x \cos x} = \frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cos x}$$

weiter wie oben!