

Der kleine Max hat aus 78 Klötzen drei Türme gebaut, deren Höhen eine arithmetische Zahlenfolge bilden.

Nun nimmt er vom mittleren Turm acht Klötze weg und legt vier davon auf den kleinsten und die anderen vier auf den grössten. Jetzt bilden die Turmhöhen eine geometrische Zahlenfolge. Berechnen Sie die ursprünglichen Höhen der Türme!

---

Wir wählen für die Höhen der drei Türme den symmetrischen arithmetischen Ansatz:

$$a - d \quad a \quad a + d$$

und gewinnen daraus sofort:  $(a - d) + a + (a + d) = 3a = 78 \Rightarrow a = 26$

Nun ereignet sich die folgende Umschichtung:

$$\begin{array}{r} 26 - d \quad 26 \quad 26 + d \\ +4 \quad -8 \quad +4 \\ \hline 30 - d \quad 18 \quad 30 + d \end{array}$$

Die neuen Zahlen sollen eine GF bilden:

$$\begin{aligned} (30 - d)(30 + d) &= 18^2 \\ 900 - d^2 &= 324 \\ d^2 &= 576 \\ \mathbf{d} &= \mathbf{24} \end{aligned}$$

Die negative Lösung ergibt für diese Aufgabe keinen Sinn.

**Die ursprünglichen Höhen sind: 2, 26, 50.**

Die neuen Höhen 6, 18 und 54 bilden eine GF mit  $q = 3$ .