

Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

a) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

b) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

Halten Sie sich an das folgende Schema:

(\vec{a} und \vec{b} sind die Richtungsvektoren, A und B die Punkte auf der Geraden)

			ja	a = b
		$\vec{AB} // \vec{a} // \vec{b} ?$		
	ja			a // b
$\vec{a} // \vec{b} ?$			nein	
			ja	Schnittpunkt
	nein	lässt sich das Gleichungssystem lösen?		windschief
			nein	

Denken Sie bei der Berechnung von Schnittpunkten daran, dass die Parameter verschieden sein müssen!

Lösungen auf der 2. Seite!

a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, die Richtungsvektoren sind parallel.

Der Verbindungsvektor von g und h $\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist nicht parallel dazu.

Die Geraden sind parallel und verschieden.

b) Die Richtungsvektoren sind nicht parallel.

Wir versuchen das Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} -3 - t &= 4 + s \\ 6 + 2t &= 0 \\ t &= -3 \end{aligned}$$

Die Lösungen $t = -3$ und $s = -4$ sind für alle drei Gleichungen richtig.

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad - \quad \text{der Schnittpunkt ist } \mathbf{S(0|0|-3)}.$$

c) Die Richtungsvektoren sind nicht parallel.

Wir versuchen das Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} 4 + 5t &= 1 + 4s \\ -5 - 4t &= 7 - 5s \\ 0 &= 2 \end{aligned}$$

Ein Blick auf die 3. Gleichung genügt: das Gleichungssystem hat keine Lösung!
(Das gefundene Lösungspaar müsste für alle Gleichungen gelten!)

Die beiden Geraden sind windschief!

d) $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$, die Richtungsvektoren sind parallel.

Verbindungsvektor von g nach h: $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ ist parallel zu den

Richtungsvektoren.

Die Geraden fallen zusammen;

es handelt sich um zwei verschiedene Gleichungen für dieselbe Gerade!