Die Punkte A(3|2|1), B(5|3|3) und C(-1|3|9) sind gegeben.
Bestimmen Sie Parametergleichungen der Winkelhalbierenden der Geraden AB und AC.

Wir berechnen die Richtungsvektoren der Geraden AB und AC:

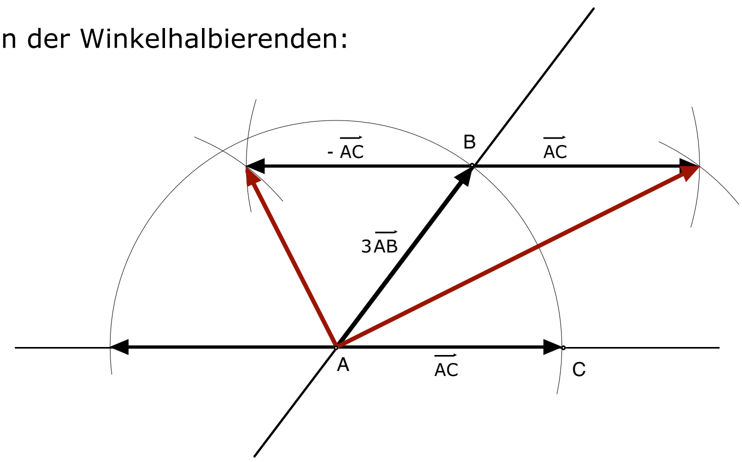
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{16+1+64} = 9$$

Wir stellen fest, dass der 2. Vektor dreimal so lang ist wie der erste;
w

$$3 \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ wäre gleich lang wie } \overrightarrow{AC}.$$

Wir erinnern uns nun an die Konstruktion der Winkelhalbierenden:



Wie man sieht ergibt sich für die Richtungen und die Gleichungen der Winkelhalbierenden.

$$\vec{w}_1 = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 14 \end{pmatrix} \quad // \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad w_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w}_2 = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad // \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad w_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$