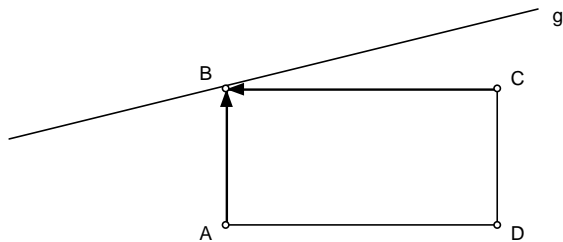


$A(-1|3|-5)$ und $C(7|5|-1)$ sind Ecken eines Rechtecks.

Die Ecke B liegt auf g: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Ecken B und D.

Lagefigur:



Wichtig! Jeder beliebige Punkt auf g hat die Koordinaten: $B(-4 + 2t | 5 + t | 2 - t)$

Daraus berechnen sich \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{CB} wie folgt:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 + 2t \\ 5 + t \\ 2 - t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t - 3 \\ t + 2 \\ 7 - t \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} -4 + 2t \\ 5 + t \\ 2 - t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t - 11 \\ t \\ 3 - t \end{pmatrix}$$

Die beiden Vektoren müssen senkrecht aufeinander stehen, ihr Skalarprodukt ist 0:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 2t - 3 \\ t + 2 \\ 7 - t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2t - 11 \\ t \\ 3 - t \end{pmatrix} = (2t - 3)(2t - 11) + t(t + 2) + (7 - t)(3 - t) = 0$$

$$6t^2 - 36t + 54 = 0$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t - 3)^2 = 0$$

$$t = 3 \Rightarrow B(2 | 8 | -1)$$

Es fehlt noch der Punkt D:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow D(4|0|3)$$