Spezielle Ebenen; Achsenabschnittsform. Gesucht ist jeweils die Ebenengleichung.

a) Ebene senkrecht zur x-Achse durch P(5|6|7).
b) Parallel zur xz-Ebene durch P(2|-3|5).
c) Ebene, die die Achsen in den Punkten P(3|0|0), Q(0|-2|0) und R(0|0|12) schneidet.
d) Ebene parallel zur z-Achse mit den Achsenschnittpunkten P(2|0|0) und Q(0|4|0).
e) Ebene senkrecht zur yz-Ebene mit den Achsenschnittpunkten Q(0|-3|0) und R(0|0|9).

---

a) Ebene senkrecht zur x-Achse durch P(5|6|7).

Eine Ebene, die senkrecht zur x-Achse steht, hat jeden Vektor, der parallel zur x-Achse ist, als Normalenvektor.

Der einfachste ist: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad \mathbf{x} = \mathbf{5}$

5

---

b) Parallel zur xz-Ebene durch P(2|-3|5).

Die y-Achse steht auf der xz-Ebene senkrecht:

Der einfachste Normalenvektor ist: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad \mathbf{y} = -\mathbf{3}$

–3

Ebenen, die parallel zu den Grundrissebenen verlaufen heissen <u>Hauptebenen</u>.

Übrigens: die Gleichungen der Koordinatenebenen wären demzufolge:
$z = 0$, $x = 0$ und $y = 0$

c) Ebene, die die Achsen in den Punkten P(3|0|0), Q(0|-2|0) und R(0|0|12) schneidet.

Unter Anwendung der Achsenabschnittsform erhalten wir:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{12} = 1 \quad \Big| \cdot 12$$

$$\mathbf{4x - 6y + z = 12}$$

---

d) Ebene parallel zur z-Achse mit den Achsenschnittpunkten P(2|0|0) und Q(0|4|0).

Der eine Richtungsvektor ist: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, der andere $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

das ergibt: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{2x + y = 4}$$

2 0

---

e) Ebene senkrecht zur yz-Ebene mit den Achsenschnittpunkten Q(0|-3|0) und R(0|0|9).

Diese Ebene ist parallel zur x-Achse.
Wenn eine Ebene parallel zur z-Achse keinen z-Wert hat, dann hat die Ebene parallel zur x-Achse keinen x-Wert.

Wir arbeiten mit der Achsenabschnittsform und erhalten ganz einfach:

$$\frac{y}{-3} + \frac{z}{9} = 1 \quad \Big| \cdot -9$$

$$\mathbf{3y - z = -9}$$

Übrigens: Ebenen, die parallel zu einer Koordinatenachse verlaufen, oder, anders formuliert, senkrecht auf einer Koordinatenebene stehen, heissen projizierende Ebenen.