

Berechnen Sie den Winkel zwischen der Ebene E: $x-4z+31=0$ und der Geraden UV mit $U(-5|-2|9)$ und $V(-1|0|-1)$.

[Matur TSME 02, Aufgabe 2c]

Der Richtungsvektor der Geraden ist: $\overline{UV} = \begin{pmatrix} -1+5 \\ 0+2 \\ -1-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

Der Normalenvektor der Ebene ist: $\bar{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

Nun benützen wir das Skalarprodukt:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 + 20 = 22 = \sqrt{30} \cdot \sqrt{17} \cdot \sin \gamma \Rightarrow \gamma = 76.95^\circ$$

$\sin \gamma$ weil der $\cos \gamma$ den Winkel zwischen Richtungsvektor und Normalenvektor ergäbe;
wir suchen aber den Komplementwinkel zwischen Richtungsvektor und Ebene.