

LOGARITHMISCHE GLEICHUNGEN

Gleichungen, die Logarithmen enthalten, müssen auf eine der folgenden Grundformen gebracht werden:

$$\log(f(x)) = a \quad \text{oder} \quad \log(f(x)) = \log(g(x))$$

dabei sind $f(x)$ und $g(x)$ Terme, die die Unbekannte enthalten.

BEISPIEL 1

$\log x = 5$	$\ln x = 2$	$\log_4 x = 3$
$10^{\log x} = 10^5$	$e^{\ln x} = e^2$	$4^{\log_4 x} = 4^3$
$x = 10^5$	$x = e^2$	$x = 4^3$

BEISPIEL 2

$\log(x+2) = \log(6-x)$	$\ln(2x) = \ln(3-x)$	$\log_4(8x-15) = \log_4 x^2$
$x+2 = 6-x$	$2x = 3-x$	$8x-15 = x^2$
$x = 2$	$x = 1$	$x_1 = 3, x_2 = 5$

BEISPIEL 3

$\log(x+1) + \log(x-2) = 1$ zuerst umformen!
Der Logarithmus darf nur einmal vorkommen!

$\log(x+1)(x-2) = 1$ | beide Seiten 10^{\square}

$$10^{\log(x+1)(x-2)} = 10^1$$
$$(x+1)(x-2) = 10$$
$$x^2 - x - 12 = 0$$
$$(x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = 4, \quad (x_2 = -3) \quad (\text{oder TR ben\u00fctzen})$$

Die 2. L\u00f6sung ist nicht brauchbar, weil Logarithmen nur f\u00fcr positive Zahlen definiert sind!

EXPONENTIALGLEICHUNGEN

Auf jeder Seite darf nur eine Potenz (oder eine Konstante stehen).
Andernfalls muss die Gleichung zuerst auf diese Form gebracht werden.

Es gibt Gleichungen, die ohne Benützung von Logarithmen gelöst werden können (kein Muss)

$$\begin{array}{l} 2^x = 8 \\ 2^x = 2^3 \\ x = 3 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{l} 5^{x+1} = 25^x = (5^2)^x = 5^{2x} \\ x + 1 = 2x \\ 1 = x \end{array}$$

BEISPIEL 4

$$5^{x-6} \cdot 25^x = 1$$

zuerst vereinfachen!

$$5^{x-6} \cdot 25^x = 5^{x-6} \cdot (5^2)^x = 5^{x-6} \cdot 5^{2x} = 5^{3x-6} \quad \text{und: } 1 = 5^0!$$

Damit erhalten wir:

$$5^{3x-6} = 5^0$$

$$3x - 6 = 0$$

$$x = 2$$

Meist werden Logarithmen nötig sein:

BEISPIEL 5

$$5^x = 14$$

$$\log 5^x = \log 14$$

$$x \cdot \log 5 = \log 14$$

$$x = \frac{\log 14}{\log 5} = 1.6397$$

BEISPIEL 6

$$2 \cdot 3^x = 5 \cdot 7^{2-x}$$

$$\log(2 \cdot 3^x) = \log(5 \cdot 7^{2-x})$$

$$\log 2 + \log 3^x = \log 5 + \log 7^{2-x}$$

$$\log 2 + x \log 3 = \log 5 + (2 - x) \log 7$$

$$\log 2 + x \log 3 = \log 5 + 2 \log 7 - x \log 7$$

$$x(\log 3 + \log 7) = \log 5 + 2 \log 7 - \log 2$$

$$x = \frac{\log 5 + 2 \log 7 - \log 2}{\log 3 + \log 7}$$

$$= \frac{\log \frac{5 \cdot 7^2}{2}}{\log(3 \cdot 7)}$$

$$= \frac{\log 122.5}{\log 21} = 1.58$$