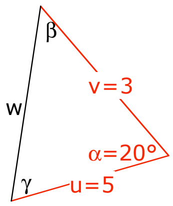
GRUNDAUFGABEN

Beachten Sie: der grössten Seite liegt der grösste, der kleinsten Seite der kleinste Winkel gegenüber.
Damit können Sie Fehler, die aus der Doppeldeutigkeit von $\sin\alpha = z$ entstehen, entdecken.

wsw Gegeben sind zwei Seiten und der Zwischenwinkel.



Sinussatz im Moment nicht brauchbar!

$$\begin{aligned} w^2 &= u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha \\ &= 25 + 9 - 30\cos 20° \\ &= 5.81 \end{aligned}$$

w = 2.41

Ungefährlich: wir berechnen den zweitkleinsten Winkel γ.

$$\frac{\sin\gamma}{v} = \frac{\sin\alpha}{w} \quad \Rightarrow \quad \sin\gamma = \frac{v\sin\alpha}{w} = 0.426$$

γ **= 25.20°**

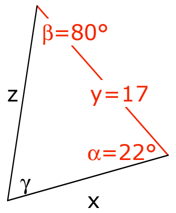
β erhalten wir mit der Winkelsumme im Dreieck: β **= 134.80°**

Gefährlich: den grössten Winkel β mit dem Sinussatz berechnen.

$$\frac{\sin\beta}{u} = \frac{\sin\alpha}{w} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{u\sin a}{w} = 0.71$$

Der Taschenrechner liefert uns: $\beta = 45.2°$ und wir müssen selber merken, dass in dem Fall γ viel u gross würde.
Mit andern Worten: es gilt $\beta = 180° - 45.2° = 134.8°$

wsw Gegeben sind eine Seite und die beiden anliegenden Winkel.

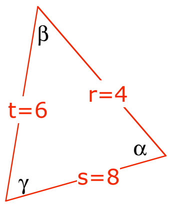


Die Winkelsumme liefert: γ **= 78°**

$$\frac{x}{\sin\beta} = \frac{y}{\sin\gamma} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} = \frac{y\sin\beta}{\sin\gamma} = \mathbf{17.12}$$

$$\frac{z}{\sin\alpha} = \frac{y}{\sin\gamma} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{z} = \frac{y\sin\alpha}{\sin\gamma} = \mathbf{6.51}$$

sss Gegeben sind drei Seiten.



Der Sinussatz ist vorderhand nicht anwendbar. Berechnen Sie mit dem Cosinussatz den grössten Winkel um spätere Komplikationen zu vermeiden.

$$s^2 = t^2 + r^2 - 2rt\cos\beta$$

$$2rt\cos\beta = t^2 + r^2 - s^2$$

$$\cos\beta = \frac{t^2 + r^2 - s^2}{2rt} = -0.25$$

β **= 104.48°**

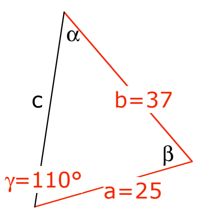
$$\frac{\sin\alpha}{t} = \frac{\sin\beta}{s} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{t\sin\beta}{s}$$

α = **46.57°**

$$\frac{\sin\gamma}{r} = \frac{\sin\beta}{s} \quad \Rightarrow \quad \sin\gamma = \frac{r\sin\beta}{s}$$

γ **= 28.96°**

Ssw Gegeben sind zwei Seiten und der Gegenwinkel der grösseren Seite.



$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{b} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{a\sin\gamma}{b}$$

α **= 39.41°**

$$\beta = 180° - \alpha - \gamma$$

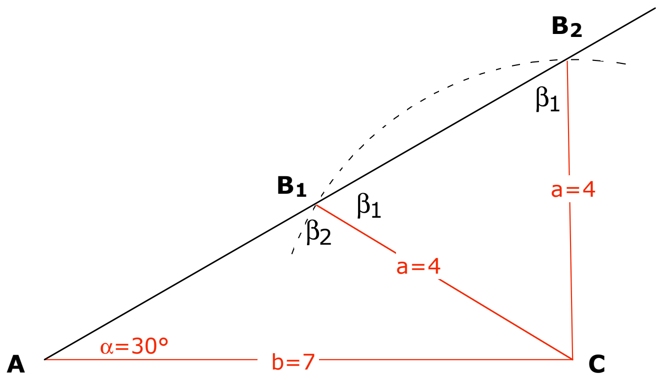
β **= 30.59°**

$$\frac{c}{\sin\beta} = \frac{b}{\sin\gamma} \quad \Rightarrow \quad c = \frac{b\sin\beta}{\sin\gamma}$$

c = 20.03

sSw Gegeben sind zwei Seiten und der Gegenwinkel der kleineren Seite.

Dieses Dreieck ist nicht eindeutig bestimmt.



Als erstes muss der Winkel β berechnet werden:

$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\alpha}{a} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a} = 0.875$$

Zu $\sin\beta = 0.875$ gehören zwei Winkel, die - wie man auch in der Konstruktion sieht - sich auf 180° ergänzen.

$\beta_1 = 61.0°$ $\qquad$ $\beta_2 = 180° - 61.0° = 119.0°$

$\gamma_1 = 180° - \alpha - \beta_1 = 89°$ $\qquad$ $\gamma_2 = 180° - \alpha - \beta_2 = 31.0°$

Formel für c: $\quad \dfrac{c}{\sin\gamma} = \dfrac{a}{\sin\alpha}$

$c_1 = \dfrac{a\sin\gamma_1}{\sin\alpha} = 8.0$ $\qquad$ $c_2 = \dfrac{a\sin\gamma_2}{\sin\alpha} = 4.1$