$f(x) = \frac{1}{5}\left(x^3 - 3x^2 - 9x + 2\right)$

Berechnen Sie zusätzlich den Funktionswert und die Steigung. Lassen Sie dafür die Steigung in den nicht ganzzahligen Nullstellen weg.

Vorbereitungen

$$f(x) = \tfrac{1}{5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 2)$$
$$f'(x) = \tfrac{1}{5}(3x^2 - 6x - 9) = \tfrac{3}{5}(x^2 - 2x - 3) = \tfrac{3}{5}(x-3)(x+1)$$
$$f''(X) = \tfrac{3}{5}(2x - 2) = \tfrac{6}{5}(x - 1)$$

Die Zerlegung der 1. Terms ist nicht ganz einfach; die Untersuchung der Nullstellen wird deshalb auf später verschoben.

Definitionsbereich

$ID = IR$

Symmetrie

Keine erkennbare

Verhalten für $x \to \pm\infty$

$x \to +\infty \quad \Rightarrow \quad f(x) \to +\infty$

$x \to -\infty \quad \Rightarrow \quad f(x) \to -\infty$

Es genügt x^3 zu untersuchen!

Nullstellen

Diese Gleichung 3. Grades ist aufwendiger zu lösen; wir verschieben das Traktandum auf später.

Stellen mit waagrechten Tangenten

$f'(x) = \tfrac{3}{5}(x^2 - 2x - 3) = \tfrac{3}{5}(x-3)(x+1) = 0 \qquad x_1 = 3 \quad x_2 = -1$

Selbstverständlich können Sie auch die quadratische Gleichung $\tfrac{3}{5}(x^2 - 2x - 3) = 0$ auflösen, wenn Sie die Faktorzerlegung nicht auf Anhieb finden.

WENDEPUNKTE

$f''(x) = \frac{6}{5}\left(x - 1\right) = 0$ $\qquad$ $x = 1$

NULLSTELLEN

Wenn wir die gefundenen Punkte einzeichnen, dann sieht man leicht, dass zwischen 0 und 1 eine nicht ganzzahlige Nullstelle liegt und deshalb auch eine zweite nicht ganzzahlig ist. Man kann aber auch vermuten, dass –2 eine Nullstelle ist, und das durch Einsetzen verifizieren. Mit Polynomdivision erhalten wir:

$$f(x) = \frac{1}{5}\left(x^3 - 3x^2 - 9x + 2\right) = \frac{1}{5}\left(x + 2\right)\left(x^2 - 5x + 1\right) = 0$$

und die Nullstellen: $x_1 = -2$, $x_{2,3} = \dfrac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$

G: Gleichungen: höhern Grades. Aufg. 2
Online | Offline

ÜBERSICHT

x	f (x)	f′ (x)	
-1	1.4	0	Extremum
3	-5	0	Extremum
1	-1.8	-2.4	Wendepunkt
5	1.4	7.2	Zusatzpunkt
-2	0	3	Nullstelle
	0	---	Nullstelle
	0	---	Nullstelle

Beim Zeichnen des Graphen zeigt sich, dass ein zusätzlicher Punkt nützlich wäre.

GRAPH