$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x^4 - 8x^3 + 18x^2\right)$$

Zusätzlich: Wert und Steigung für $x=1$ und $x=4$

VORBEREITUNGEN

Wenn immer möglich faktorisieren; das erleichtert die Übersicht.

$$f(x)=\frac{1}{3}\left(x^4 - 8x^3 + 18x^2\right)=\frac{x^2}{3}\left(x^2 - 8x + 18\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}\left(4x^3 - 24x^2 + 36x\right)= \frac{4x}{3}\left(x^2 - 6x + 9\right)= \frac{4x}{3}\left(x - 3\right)^2$$

$$f''(x) = \frac{1}{3}\left(12x^2 - 48x + 36\right)= \frac{12}{3}\left(x^2 - 4x + 3\right)= 4\left(x - 3\right)\left(x - 1\right)$$

DEFINITIONSBEREICH

$\mathbb{D} = \mathbb{R}$

SYMMETRIE

Keine erkennbare

VERHALTEN FÜR $x \to \pm\infty$

$x \to +\infty \quad \Rightarrow \quad f(x) \to +\infty$

$x \to -\infty \quad \Rightarrow \quad f(x) \to +\infty$

Es genügt x^4 zu untersuchen!

NULLSTELLEN

$$f(x)=\frac{1}{3}\left(x^4 - 8x^3 + 18x^2\right)=\frac{x^2}{3}\left(x^2 - 8x + 18\right)=0 \qquad x=0$$

Einzige Lösung; die quadratische Gleichung hat keine reellen Lösungen.

STELLEN MIT WAAGRECHTEN TANGENTEN

$$f'(x) = \frac{4x}{3}\left(x - 3\right)^2 = 0 \qquad x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$

Wendepunkte

$f''(x) = 4(x-3)(x-1) = 0$ $\qquad x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

Übersicht

x	f (x)	f′ (x)	
0	0	0	Nullstelle und Minimum
3	9	0	Terrassenpunkt
1	$3\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	Wendepunkt
4	$10\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	Zusatzpunkt
-1	9	$-21\frac{1}{3}$	Zusatzpunkt

Graph