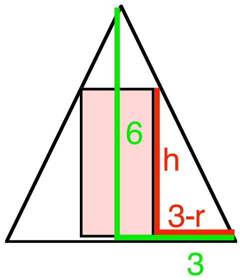
Einem geraden Kreiskegel (Grundkreisradius 3 cm, Höhe 6 cm)ist der Kreiszylinder mit maximalem Volumen einzubeschreiben, der die gleiche Rotationsachse wie der Kegel hat. Bestimmen Sie die Zylinderhöhe.

Hauptfunktion $\boxed{\mathbf{V} = \pi \mathbf{r^2 h}}$ (Zylindervolumen)

Zusammenhang zwischen den Variabeln r und h:



$$\frac{h}{3-r} = \frac{6}{3}$$

$$\frac{h}{3-r} = 2$$

$$h = 2(3-r)$$ (Ähnlichkeit!)

Damit erhalten wir: $\mathbf{V(r)} = \pi r^2 \cdot 2(3-r) = \mathbf{2\pi(3r^2 - r^3)}$

Ableiten und Null setzen!

$V'(r) = 2\pi(6r - 3r^2) = 6\pi \cdot r(2-r) = 0$ mit den Lösungen: $r_1 = 0$ $r_2 = 2$

Prüfen:

$$V''(r) = 2\pi(6 - 6r)$$
$$= 12\pi(1-r)$$
$$V''(0) = 12\pi(1-0) = 12\pi > 0$$ Minimum
$$V''(2) = 12\pi(1-2) = -12\pi < 0$$ Maximum

Es gilt also: $\mathbf{r = 2\,cm}$ $\mathbf{h = 2\,cm}$