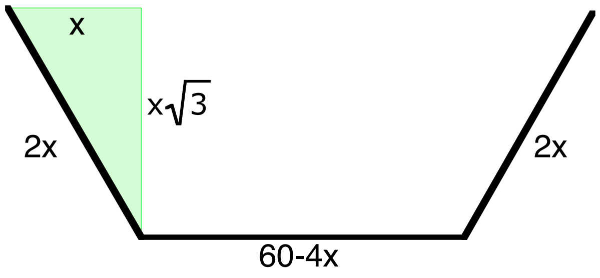
Aus einem rechteckigen Stück Blech von 60 cm Breite soll eine Rinne mit trapezförmigem Querschnitt hergestellt werden. Die beiden Ränder der Rinne bilden mit dem Boden je einen Winkel von 120°. Der Querschnitt der Rinne soll maximalen Flächeninhalt haben.
Wie breit wird der Boden?



Das grün hervorgehobene Dreieck ist ein halbes gleichseitiges Dreieck.
Für die beiden oberen Winkel gilt: 180°-120°=60°.

Wenn wir die halbe Seite des gleichseitigen Dreiecks mit x bezeichnen, dann lassen sich Brüche vermeiden.

Hauptfunktion

$$\boxed{\mathbf{A = \frac{a+c}{2} \cdot h}}$$

Aus der Figur entnehmen wir:

$$a = 60 - 4x$$
$$c = x + (60 - 4x) + x = 60 - 2x$$
$$a + c = 120 - 6x$$
$$\frac{a+c}{2} = 60 - 3x$$

sowie: $h = x\sqrt{3}$

Nach einsetzen in A ergibt sich: $\mathbf{A(x)} = (60 - 3x) \cdot x\sqrt{3} = \mathbf{3\sqrt{3}\,(20x - x^2)}$

Ableiten und Null setzen!

$A'(x) = 3\sqrt{3}\,(20 - 2x) = 0$ mit der Lösung: $x = 10$

$x = 10$ ist tatsächlich ein Maximum: $A''(x) = 3\sqrt{3}\,(-2) < 0$

Der Boden wird $60 - 4x = \mathbf{20\,cm}$ breit.