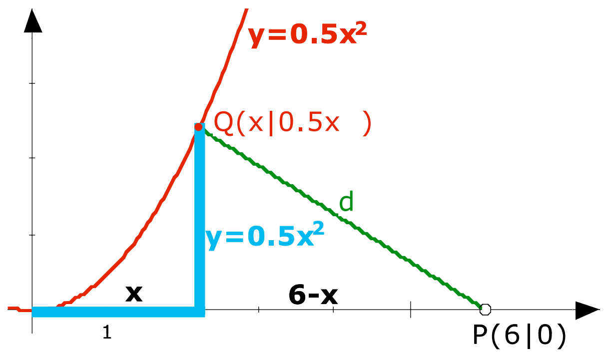
p: $y = 0.5x^2$
Welcher Punkt auf der Parabel p hat den kürzesten Abstand vom Punkt P(6|0)?



Wir berechnen d^2 um Wurzeln zu vermeiden:

$$d^2 = y^2 + (6-x)^2 = (0.5x^2)^2 + (6-x)^2$$
$$= 0.25x^4 + x^2 - 12x + 36$$

Hauptfunktion:

$$\boxed{\mathbf{W(x) = 0.25x^4 + x^2 - 12x + 36}}$$

Ableiten und Null setzen!

$W'(x) = x^3 + 2x - 12 = 0$

→ G: Gleichungen: n. Grades: Aufg. 3
Online | Offline

Diese Gleichung hat eine einzige Lösung: $\mathbf{x = 2}$

Es handelt sich tatsächlich um ein Minimum:

$$W''(x) = 3x^2 + 2$$
$$W''(2) = 12 + 2 > 0$$

$x^3 + 2x - 12 = 0$

Suchen einer ersten Lösung

Wir suchen eine Lösung durch systematisches Raten. Sie muss Teiler von 12 sein.

x	$x^3 + 2x - 12$
1	$1 + 2 - 12 = -9$
-1	$-1 - 2 - 12 = -15$
2	$8 + 4 - 12 = 0$

$\mathbf{x = 2}$ ist eine Lösung und daher ist $(x-2)$ ein Faktor von $x^3 + 2x - 12$.

Polynomdivision

$$
\begin{array}{l}
x^3 \qquad\quad + 2x - 12 = (x-2)(x^2 + 2x + 6) \\
\underline{x^3 - 2x^2 \qquad\qquad} \\
\quad + 2x^2 + 2x - 12 \\
\quad \underline{+ 2x^2 - 4x \qquad\;\;} \\
\qquad\qquad\; 6x - 12 \\
\qquad\qquad\; \underline{6x - 12} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

Rest der Lösungen

$$x^3 + 2x - 12 = (x-2)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

Es ergeben sich keine weiteren Lösungen, weil die Gleichung $(x^2 + 2x - 12) = 0$ keine reellen Lösungen hat.