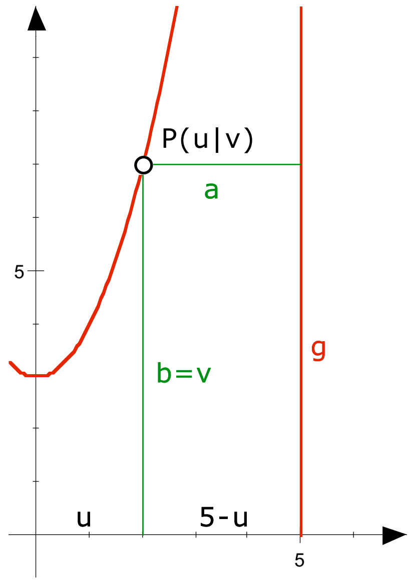
p: $y = x^2 + 3$ g: $x = 5$

Der Punkt P(u|v) liegt auf p im 1. Quadranten links von g. Durch P werden die Parallelen a und b zu den Koordinatenachsen gezeichnet. Die x-Achse, a, b und g begrenzen ein Rechteck. Wie ist P zu wählen, damit

a) das Rechteck maximalen Flächeninhalt hat?

b) das Rechteck – wenn u<2 sein soll - minimalen Flächeninhalt hat?



Für die Fläche des Rechtecks gilt:

$A = ab$

Der Zeichnung entnehmen wir:

$a = 5 - u$

$b = v$

Da P auf $y = x^2 + 3$ liegt muss:

$v = u^2 + 3$

Damit erhält man: $A = (5-u)(u^2+3)$

$= -u^3 + 5u^2 - 3u + 15$

Hauptfunktion:

$$\boxed{A(u) = -u^3 + 5u^2 - 3u + 15}$$

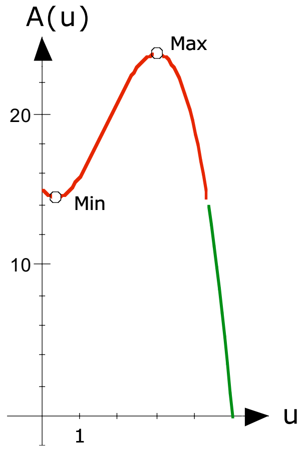
Ableiten und Null setzen!

$A'(u) = -3u^2 + 10u - 3 = 0$ mit den Lösungen: $x_1 = 3$ $x_2 = \frac{1}{3}$

Prüfen: $A''(u) = -6u + 10$

$A''(3) = -18 + 10 < 0$ Maximum

$A''(\frac{1}{3}) = -2 + 10 > 0$ Minimum



Die Fläche ist maximal für: **P(3 | 12)**
Die Fläche ist minimal für: **P($\frac{1}{3}$ | 3$\frac{1}{9}$)**

Die Einschränkung u<2 ist nötig, weil sonst die Werte von A für $u > 4\frac{1}{3}$ noch kleiner würden und mit $u = 5$ das Randminimum $A = 0$ erreichten.
(grüner Teil des Graphen der Flächenfunktion)