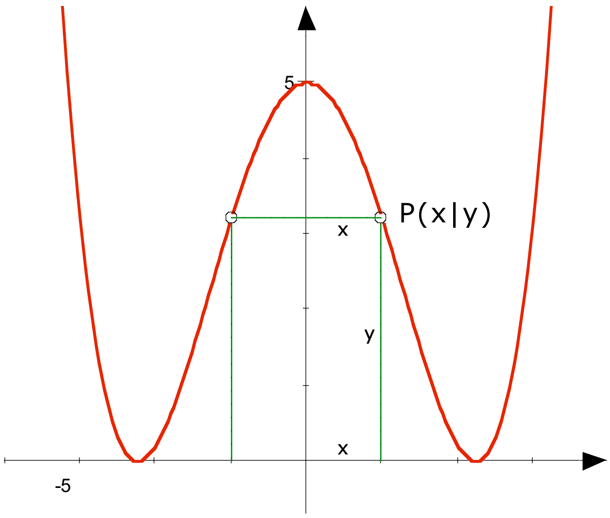
p: $y = 0.2(x^4 - 10x^2 + 25)$

Skizzieren Sie p (Taschenrechner)

Dem endlichen Flächenstück, das von der x-Achse und der Parabel p begrenzt wird, ist dasjenige Rechteck mit maximalem Flächeninhalt einzubeschreiben, von dem eine Seite auf der x-Achse liegt.



Die Fläche des Rechtecks ist:

$A = 2x \cdot y$

Da $P \in p$ gilt: $y = 0.2(x^4 - 10x^2 + 25)$

und damit: $A = 2x \cdot 0.2(x^4 - 10x^2 + 25)$

$= 0.4(x^5 - 10x^3 + 25x)$

Hauptfunktion $\boxed{\mathbf{A(x) = 0.4(x^5 - 10x^3 + 25x)}}$

Ableiten und Null setzen!

$A(x) = 0.4(x^5 - 10x^3 + 25x)$

$A'(x) = 0.4(5x^4 - 30x^2 + 25)$

$= 2(x^4 - 6x^2 + 5) = 2(x^2 - 5)(x^2 - 1) = 0$ Lösungen: $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ $x_{3,4} = \pm 1$

Prüfen: $A''(x) = 2(4x^3 - 12x)$

$A''(\sqrt{5}) = 2(20\sqrt{5} - 12\sqrt{5}) > 0$ Minimum (verleichen Sie mit der Figur!)

$A''(1) = 2(4 - 12) < 0$ Maximum

Für die Fläche des Rechtecks erhält man: $\mathbf{A} = 2x \cdot y = 2 \cdot 1 \cdot 3.2 = \mathbf{6.4}$