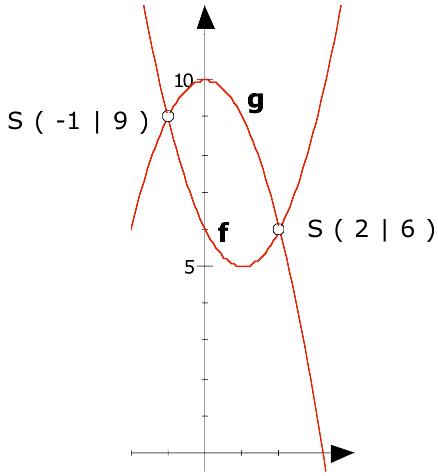
Gegeben sind die Funktionen f: $y = x^2 - 2x + 6$ und g: $y = -x^2 + 10$.
f und g schliessen eine Fläche ein, die um die x-Achse rotiert.
Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

Schnittstellen der beiden Kurven



$$x^2 - 2x + 6 = -x^2 + 10$$
$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x-2)(x+1) = 0$$

Die Kurven schneiden sich bei $x = -1$ und $x = 2$

Für das Rotationsvolumen benötigen wir $g^2 - f^2$

$$\begin{aligned} g^2 - f^2 &= (10 - x^2)^2 - (x^2 - 2x + 6)^2 \\ &= (100 - 20x^2 + x^4) - (x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 24x + 36) \\ &= 4x^3 - 36x^2 + 24x + 64 \end{aligned}$$

Klammer mal Klammer rechnen!

Damit gilt:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-1}^{2} (4x^3 - 36x^2 + 24x + 64)\, dx \\ &= \pi \left[x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 64x \right]_{-1}^{2} \\ &= \pi\,(16 - 96 + 48 + 128) - \pi\,(1 + 12 + 12 - 64) \\ &= 96\pi + 39\pi \\ &= \mathbf{135}\pi \end{aligned}$$