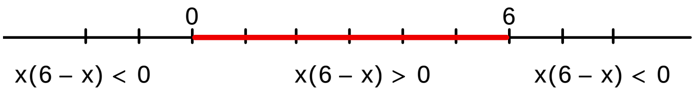
$y = \sqrt{6x - x^2}$

$y = \sqrt{6x - x^2} = \sqrt{x(6-x)}$ hat **Nullstellen** bei 0 und 6.



Setzen Sie in jedem Teil irgend-
eine Zahl ein, z.B. –2, 3, 8

Die Funktion ist **definiert** im Bereich $[0;6]$

Ableitung:

$y = \sqrt{6x - x^2} = \sqrt{x(6-x)}$

$$y' = \frac{6-2x}{2\sqrt{6x-x^2}} = \frac{3-x}{\sqrt{6x-x^2}}$$

Kettenregel!

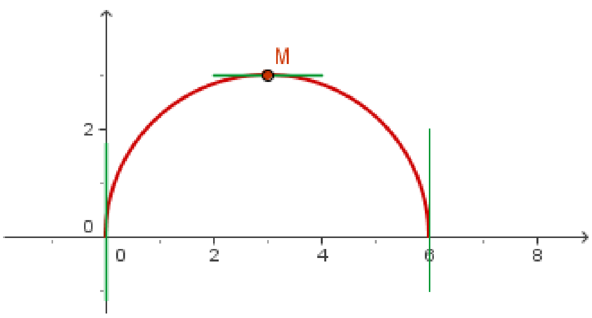
Extremum: $y' = 0 \quad \Rightarrow \quad 3 - x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3,\ \ y = 3$

Randpunkte:

(0|0): für $x \to 0$ geht der Zähler von y' gegen 3, der Nenner gegen 0;
also geht die Steigung y' gegen unendlich,
die Kurve hat eine senkrechte Tangente.

(6|0): für $x \to 6$ geht der Zähler von y' gegen -3, der Nenner gegen 0;
also geht die Steigung y' gegen unendlich,
die Kurve hat eine senkrechte Tangente.

Graph:



ein Halbkreis!

Die zweite Ableitung ist sehr sehr aufwendig und kompliziert – und bringt nichts, es gibt keine Wendepunkte!

Geeignete Form der 1. Ableitung zum Weiterrechnen, vermeidet Doppelbrüche:

$$y' = \frac{6-2x}{2\sqrt{6x-x^2}} = \frac{3-x}{\sqrt{6x-x^2}} = (3-x)(6x-x^2)^{-0.5}$$

$$y'' = -1\cdot(6x-x^2)^{-0.5} + (3-x)\cdot(-0.5)(6x-x^2)^{-1.5}\cdot(6-2x)$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{6x-x^2}} - \frac{0.5(3-x)(6-2x)}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3} = -\frac{1}{\sqrt{6x-x^2}} + \frac{(3-x)(3-x)}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3} = -\frac{1}{\sqrt{6x-x^2}} + \frac{(3-x)^2}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3}$$

$$= -\frac{6-x^2}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3} + \frac{(3-x)^2}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3} = -\frac{9}{\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^3}$$