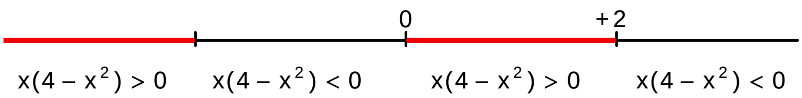
$$y = \sqrt{4x - x^3}$$

$$y = \sqrt{4x - x^3} = \sqrt{x(4 - x^2)}$$

Nullstellen bei $0, \pm 2$

Definitionsbereich:



Setzen Sie in jedem Teil irgend-
eine Zahl ein, z.B. –3, -1, 1, 3

$$D =]-\infty; -2] \cup [0; 2]$$

Ableitung und Extremum:

$$y' = \frac{4 - 3x^2}{2\sqrt{4x - x^3}} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - 3x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} = \pm\tfrac{2}{3}\sqrt{3}$$

Die negative Lösung liegt nicht im Definitionsbereich;
Maximum in $\left(\tfrac{2}{3}\sqrt{3} \middle| 1.755\right) \approx (1.155|1.755)$

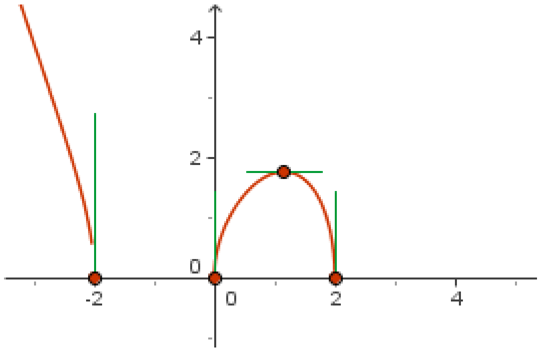
Randpunkte:

(-2|0): für $x \to -2$ geht der Zähler von y' gegen -8, der Nenner gegen 0;
also geht die Steigung y' gegen unendlich,
die Kurve hat eine senkrechte Tangente.

(0|0): für $x \to 0$ geht der Zähler von y' gegen 4, der Nenner gegen 0;
also geht die Steigung y' gegen unendlich,
die Kurve hat eine senkrechte Tangente.

(2|0): für $x \to 2$ geht der Zähler von y' gegen -8, der Nenner gegen 0;
also geht die Steigung y' gegen unendlich,
die Kurve hat eine senkrechte Tangente.

Graph:



Wendepunkte:

Weglassen, die 2. Ableitung ist wieder sehr mühsam – und es gibt keine.

Für Ableitungsfreaks, Mathegenies und Masochisten:

$$y' = \frac{4-3x^2}{2\sqrt{4x-x^3}}$$

$$y'' = \frac{-3x\cdot 2\sqrt{4x-x^3} - \frac{4-3x^2}{2\sqrt{4x-x^3}}\cdot(4-3x^2)}{\left(2\sqrt{4x-x^3}\right)^2} = 0$$

mit dem Nenner multiplizieren

$$-3x\cdot 2\sqrt{4x-x^3} - \frac{4-3x^2}{2\sqrt{4x-x^3}}\cdot(4-3x^2) = 0 \quad \Big|\cdot 2\sqrt{4x-x^3}$$

$$-12x(4x-x^3) - (4-3x)^2 = 0$$

$$-48x^2 + 12x^4 - 16 + 24x^2 - 9x^4 = 0$$

$$3x^4 - 24x^2 - 16 = 0$$

Zwei Lösungen: +2.94 ist nicht im Definitionsbereich

-2.94 ist keine Wendestelle, die Steigung der Kurve ist vorher und nachher negativ (-2.8 und –3 einsetzen)