Bestimmen Sie a und b so, dass die Kurve f: $f(x) = ax + \sqrt{x+b}$ in $P(3|10)$ die Steigung m=3.5 hat.

Für die Steigung benötigen wir die 1. Ableitung der Funktion:

$$f'(x) = a + \frac{1}{2\sqrt{x+b}}$$

Der Punkt $P(3|10)$ liegt auf f: $\quad f(3) = 3a + \sqrt{3+b} = 10$

Die Steigung für $x = 3$ ist 3.5: $\quad f'(3) = a + \frac{1}{2\sqrt{3+b}} = 3.5$

Aus der 2. Gleichung erhalten wir: $a = 3.5 - \frac{1}{2\sqrt{3+b}}$ das wir in der 1. Gleichung einsetzen.

$$\begin{aligned}
3\left(3.5 - \frac{1}{2\sqrt{3+b}}\right) + \sqrt{3+b} &= 10 \\
10.5 - \frac{3}{2\sqrt{3+b}} + \sqrt{3+b} &= 10 \\
0.5 - \frac{3}{2\sqrt{3+b}} + \sqrt{3+b} &= 0 \qquad \Big| \cdot 2\sqrt{3+b} \\
\sqrt{3+b} - 3 + 3 + b &= 0 \\
\sqrt{3+b} &= -b \\
3 + b &= b^2 \\
0 &= b^2 - b - 3
\end{aligned}$$

Diese quadratische Gleichung hat zwei Lösungen: $b_1 = -0.75$ und.
Davon erfüllt nur $b_2 = -2$ die ursprüngliche Wurzelgleichung; wir setzen sie in der Gleichung für a ein und erhalten:

$$a = 3.5 - \frac{1}{2\sqrt{3+b}} = 3.5 - \frac{1}{2\sqrt{3-2}} = 3.5 - \frac{1}{2} = 3 \text{ und } \mathbf{f(x) = 3x + \sqrt{x-2}}$$