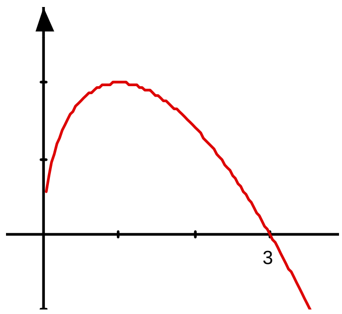
Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion und der x-Achse rotiert um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

a) $f(x) = (3-x)\sqrt{x}$

b) $f(x) = (x^2-9)\sqrt{x}$

Lösung der Aufgabe a: $f(x) = (3-x)\sqrt{x}$ $f(x) = (x^2-9)\sqrt{x}$



Nullstellen:

$$(3-x)\sqrt{x} = 0$$

$(3-x) = 0$ oder $\sqrt{x} = 0$

$x = 3$ $\quad$ $x = 0$

Rotationsvolumen:

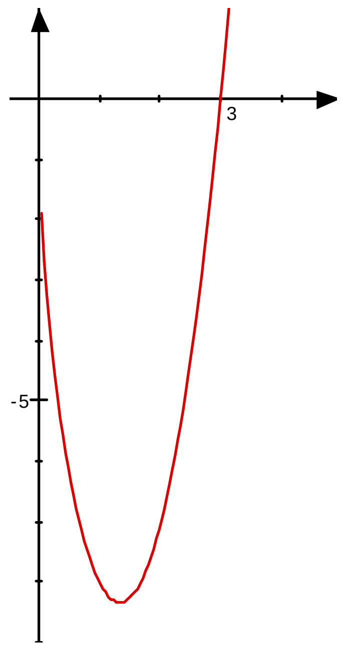
$$y^2 = (3-x)^2 \cdot x = (9-6x+x^2)\cdot x = 9x-6x^2+x^3$$

$$V = \pi\int_0^3 (9x-6x^2+x^3)\,dx = \pi\left[\frac{9x^2}{2}-2x^3+\frac{x^4}{4}\right]_0^3$$

$$= \pi(13.5-54+20.25)-0$$

$$\mathbf{V = \frac{27\pi}{4}}$$

Lösung der Aufgabe b: $f(x) = (x^2 - 9)\sqrt{x}$



Nullstellen:

$$(x^2 - 9)\sqrt{x} = 0$$

$$(x^2 - 9) = 0 \quad \text{oder} \quad \sqrt{x} = 0$$

$$x = \pm 3 \qquad\qquad x = 0$$

Rotationsvolumen:

$$y^2 = (x^2 - 9)^2 x = (x^4 - 18x^2 + 81) \cdot x = x^5 - 18x^3 + 81x$$

$$V = \pi \int_0^3 (x^5 - 18x^3 + 81x)\,dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^6}{6} - \frac{18x^4}{4} + \frac{81x^2}{2} \right]_0^3$$

$$= \pi(121.5 - 364.5 + 364.5) - 0$$

$$= 121.5\pi$$

$$\mathbf{V = \frac{243\pi}{2}}$$