Der Funktionsgraph von $f(x) = \sqrt{2x-4}$ rotiert um die x-Achse.

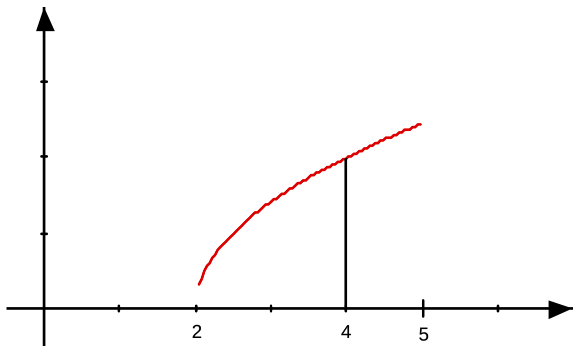
a) Berechnen Sie das Volumen des über dem Intervall [2;4] entstehenden Rotationskörpers.

b) Berechnen Sie a so, dass der über dem Intervall [a;4] entstehende Rotationskörper das Volumen $3\pi$ besitzt.

---

Schnitt mit der Achse:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x-4} &= 0 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$




a) Volumen: $$V = \pi\int_2^4 (2x-4)\,dx = \pi\left[x^2 - 4x\right]_2^4 = \pi(16-16) - \pi(4-8) = 4\pi$$

b) $$\pi\int_a^4 (2x-4)\,dx = \pi\left[x^2 - 4x\right]_a^4 = \pi(16-16) - \pi(a^2-4a) = 3\pi$$

Es ist also :
$$\begin{aligned} \pi(a^2-4a) &= 3\pi \\ a^2-4a &= 3 \\ a^2-4a-3 &= 0 \\ (a-3)(a-1) &= 0 \end{aligned}$$

Im Definitionsbereich liegt nur die Lösung $a = 3$ .

Das ist ein Ergebnis, das wieder einmal zeigt, wie schlecht sich Volumina abschätzen lassen! Wenn wir genau zwischen 2 und 4 abtrennen, dann ist das Volumen auf der rechten Seite drei mal so gross wie das auf der linken Seite.
Oder, wenn Sie sich den Körper aufgestellt als Becher denken: wenn Sie bis zur halben Höhe füllen, haben Sie erst einen Viertel des Inhalts!