$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

a) Diskussion: Definitionsbereich, Extremum, Asymptoten, Verhalten am Rand des Definitionsbereichs, Graph

b) Der Graph der Funktion bildet mit den Geraden $y = 2$ und $x = 4$ ein "Dreieck", das um die x-Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers exakt.

---

a) Kurvendiskussion

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

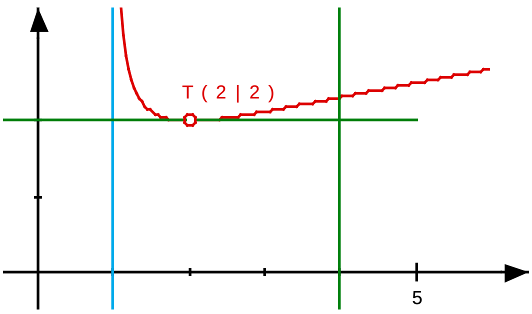
$$f'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{x-1} - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{x-1} = \frac{2(x-1) - x}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$$

Definitionsbereich: $\mathbb{D} = \left]1; \infty\right[$

Keine Nullstelle im Definitionsbereich.

Extremum in $M(2|2)$.

Der Graph hat bei $x = 1$ einen Pol. Für $x \to \infty$ gilt auch $f(x) \to \infty$.



b) Rotationsvolumen

Für den Integranden brauchen wir folgenden Ausdruck:

$$f^2 - g^2 = \frac{x^2}{x-1} - 4 = x + 1 + \frac{1}{x-1} - 4 = x + \frac{1}{x-1} - 3$$

Dazu muss man x^2 durch $(x-1)$ dividieren!

$$V = \pi\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x-1} - 3 \right) dx = \pi\left[x^2 + \ln(x-1) - 3x\right]_2^4$$

$$= \pi(16 + \ln 3 - 12) - \pi(2 + 0 - 1) = \pi \ln 3$$