$$f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$f'(x) = \frac{x}{x^2+1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{x}{x^2+1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$$

Bemerkung: $x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x}$

$$f''(x) = \frac{2x \cdot x(x^2+1) - (x^2-1)(3x^2+1)}{x^2(x^2+1)^2} = \frac{-x^4+4x^2+1}{x^2(x^2+1)^2}$$

$ID = \mathbb{R}^+$ Bei allen folgenden Aufgaben werden nur positive Lösungen erlaubt.

Pol bei $x = 0$ $x \to 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) \to \infty \Rightarrow y = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right) \to +\infty$

$x \to \infty \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) \to \infty \Rightarrow y = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right) \to +\infty$

Keine Nullstellen $x + \frac{1}{x}$ ist für positive Zahlen sicher nie 0

Extremum: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow M(1 | \ln 2) \approx M(1 | 0.7)$

Es muss ein Minimum sein, weil der Graph für x gegen 0 und für x gegen unendlich gegen unendlich geht.

Wendepunkt: $-x^4 + 4x^2 + 1 = 0$

$x^2 = 4.231 \Rightarrow x = 2.058$

$M(2.058 | 0.934)$ und $f'(2.058) = 0.3$