A(u|v) ist ein beliebiger Punkt auf $f(x) = e^x$. In A werden die Parallele p zur y-Achse und die Tangente t gezeichnet. P und T sind die Schnittpunkte von p und t mit der x-Achse.

a) Zeigen Sie, dass der Abstand der Punkte P und T immer 1 beträgt.

b) Bestimmen Sie u so, dass die Tangente t durch den Ursprung geht.

c) Bestimmen Sie u so, dass das Dreieck ATP den Flächeninhalt A=e besitzt.

Punkt A: $x = u,\quad v = e^u,\quad$ Steigung $m = e^u$

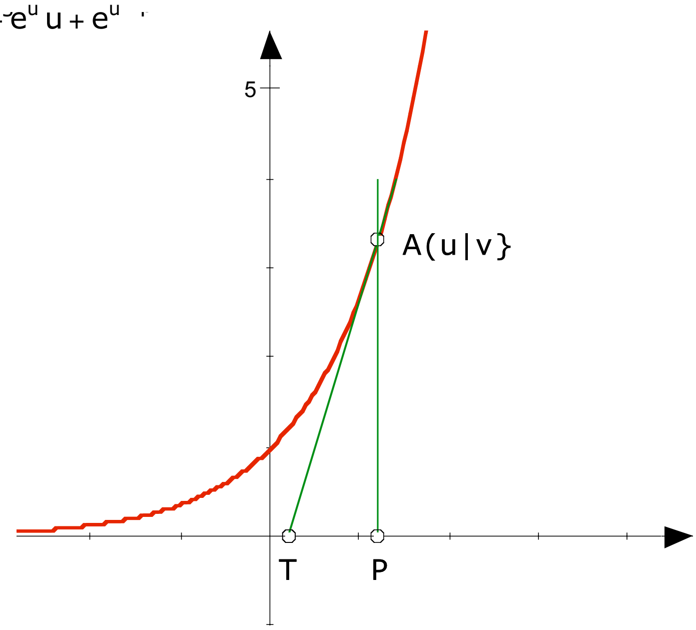
Tangente t: $y - e^u = e^u(x-u) \quad\Rightarrow\quad y = e^u x - e^u u + e^u$

Achsenschnittpunkt T:

$$0 = e^u x - e^u u + e^u$$
$$e^u u - e^u = e^u x$$
$$u - 1 = x$$

Gerade P: $x = u$

Achsenschnittpunkt P: $x = u$



a) $u - (u-1) = 1$

b) Die Gleichung $y = e^u x - e^u u + e^u$ muss stimmen für $x = y = 0$:

$$0 = 0 - e^u u + e^u$$
$$e^u u = e^u$$
$$\mathbf{u = 1}$$

c) Dreiecksfläche:

$$\tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot e^u = e$$
$$e^u = 2e$$
$$u = \ln(2e) = \ln 2 + \ln e = \mathbf{\ln 2 + 1}$$