f_1: $y = \dfrac{4x-2}{x^2}$ $\quad f_2$: $y = (1-2x)e^{-x}$ $\quad$ F: $y = (1+2x)e^{-x}$

a) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch und zeichnen Sie beide Graphen in dasselbe Koordinatensystem.

b) Zeigen Sie, dass die dritte gegebene Funktion eine Stammfunktion der zweiten ist.

c) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die von den beiden Graphen und von der Geraden g: x=10 begrenzt wird.

KURVENDISKUSSION 1

$$f(x) = \frac{4x-2}{x^2} = \frac{4x}{x^2} - \frac{2}{x^2} = \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot x^2 - 2x \cdot (4x-2)}{x^4} = \frac{-4 \cdot x^2 + 4x}{x^4} = \frac{4x(1-x)}{x^4} = \frac{4(1-x)}{x^3}$$

$$f''(x) = 4 \cdot \frac{-1 \cdot x^3 - 3x^2 \cdot (1-x)}{x^6} = 4 \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{x^6} = 4 \cdot \frac{2x-3}{x^4}$$

Definiert für: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Asymptoten: Gerader Pol bei $x = 0$
Waagrechte Asymptote: $y = 0$

Nullstellen: $x = 0.5 \qquad f'(0.5) = 16$

Extremum: $x = 1 \qquad M(1 \,|\, 2)$

Wendepunkt: $x = 1.5 \qquad W(1.5 \,|\, \tfrac{16}{9}) \qquad f'(1.5) \approx -0.6$

KURVENDISKUSSION 2

$$f(x) = (1-2x)e^{-x}$$

$$f'(x) = -2 \cdot e^{-x} + (1-2x) \cdot e^{-x} \cdot (-1) = (2x-3) \cdot e^{-x}$$

$$f''(x) = 2 \cdot e^{-x} + (2x-3) \cdot e^{-x} \cdot (-1) = (5-2x) \cdot e^{-x}$$

Definiert in: $\mathbb{R}$

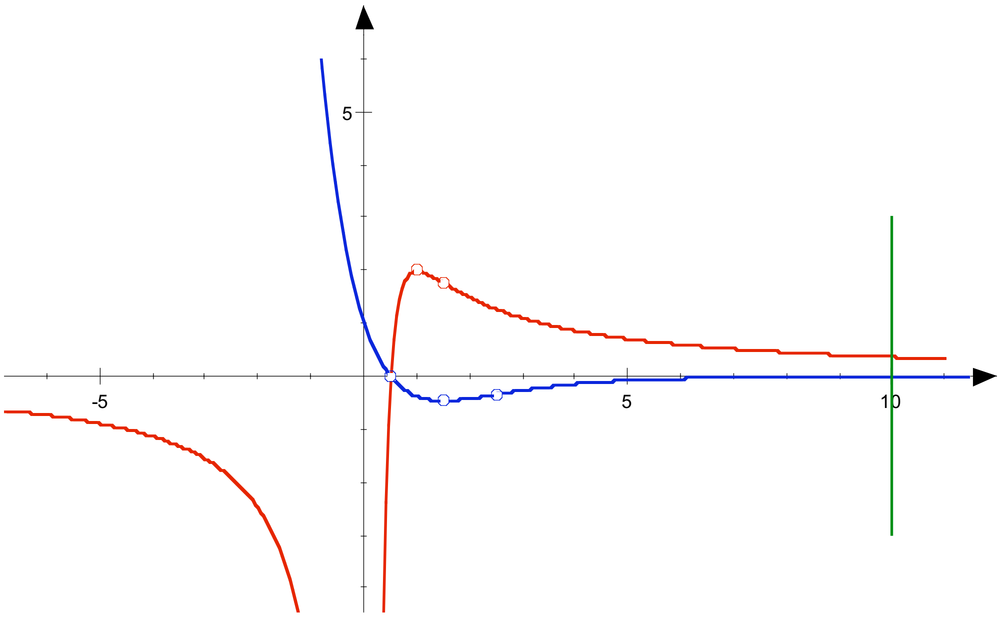
Verhalten im ∞: $x \to +\infty \quad \Rightarrow \quad y \to 0$
$x \to -\infty \quad \Rightarrow \quad y \to +\infty$

Nullstellen: $x = 0.5$ $f'(0.5) \approx -1.2$

Extremum: $x = 1.5$ $M(1.5 \mid -e^{-1.5} \approx -0.45)$

Wendepunkt: $x = 2.5$ $W(2.5 \mid -4e^{-2.5} \approx -0.33)$ $f'(1.5) \approx 0.16$

GRAPH



DIE STAMMFUNKTION

F: $y = (1+2x)e^{-x}$ muss abgeleitet f_2 geben.

$$y' = 2 \cdot e^{-x} + (1+2x) \cdot e^{-x} \cdot (-1) = (1-2x)e^{-x}$$

FLÄCHE

$$A_1 = \int_{0.5}^{10} f_1\, dx = \int_{0.5}^{10} \left(\frac{4}{x} - 2x^{-2} \right) dx = \left[4\ln x + 2x^{-1} \right]_{0.5}^{10}$$

$$= (4\ln 10 + 0.2) - (4\ln 0.5 + 4) = 4(\ln 10 - \ln 0.5) - 3.8 = 4\ln 20 - 3.8 \approx 8.183$$

$$A_2 = \int_{0.5}^{10} f_2\, dx = \int_{0.5}^{10} \left((1-2x)e^{-x} \right) dx = \left[(1+2x)e^{-x} \right]_{0.5}^{10} = 21e^{-10} - 2e^{-0.5} \approx -1.212$$

$$A = A_1 - A_2 \approx 9.395$$