Gegeben ist die Funktion: $f(x) = e^{-x^2}$.

a) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch (Nullstellen, Verhalten im Unendlichen, Extremal- und Wendepunkte mit Steigung - überall exakte Werte) und zeichnen Sie damit einen schönen Graphen
(Einheit: 5 Häuschen).

b) Ein Rechteck hat seine Ecken auf der x-Achse und auf dem Graphen von f (x). Zeigen Sie, dass zwei dieser Ecken in den Wendepunkten des Graphen von f (x) liegen, wenn das Rechteck maximale Fläche hat.

(Vorprüfung 99)

---

a)

$$f(x) = e^{-x^2}$$

$$f'(x) = -2x \cdot e^{-x^2}$$

$$f''(x) = -2e^{-x^2}(1-2x^2)$$

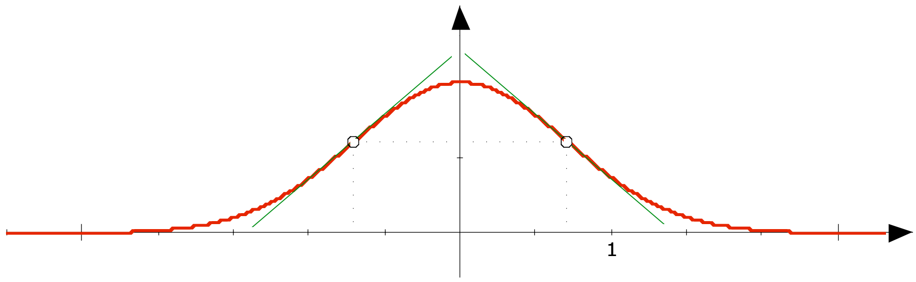
Nullstelle: keine

Verhalten im Unendlichen: die x-Achse ist Asymptote

Maximum: $(0|1)$

Wendepunkte: $W_{1,2}\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \middle| \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ mit $f'\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \mp\sqrt{\frac{2}{e}}$

Graph:



b)

$$A = 2x \cdot e^{-x^2}$$

$$A' = 2e^{-x^2}(1-2x^2) = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$