a) $(x^4 + y^4) : (x + y)$

b) $(x^6 + y^6) : (x - y)$

---

a)

$$
\begin{array}{l}
(x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad + y^4) \; : \; (x + y) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 + \frac{2y^4}{x+y} \\
\underline{x^4 + x^3y \qquad\qquad\qquad\qquad} \\
\quad - x^3y \qquad\qquad\quad + y^4 \\
\underline{\quad - x^3y - x^2y^2 \qquad\qquad\quad} \\
\qquad\qquad + x^2y^2 \qquad + y^4 \\
\underline{\qquad\qquad + x^2y^2 + xy^3 \qquad} \\
\qquad\qquad\qquad\quad - xy^3 + y^4 \\
\underline{\qquad\qquad\qquad\quad - xy^3 - y^4} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad + 2y^4
\end{array}
$$

Die Division geht nicht auf!
Man sieht aber leicht, dass sie aufginge, wenn der Dividend $(x^4 - y^4)$ hiesse.

b)

$$
\begin{array}{l}
(x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad + y^4) \; : \; (x - y) = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 + \frac{2y^4}{x+y} \\
\underline{x^4 - x^3y \qquad\qquad\qquad\qquad} \\
\quad + x^3y \qquad\qquad\quad + y^4 \\
\underline{\quad + x^3y - x^2y^2 \qquad\qquad\quad} \\
\qquad\qquad + x^2y^2 \qquad + y^4 \\
\underline{\qquad\qquad + x^2y^2 - xy^3 \qquad} \\
\qquad\qquad\qquad\quad + xy^3 + y^4 \\
\underline{\qquad\qquad\qquad\quad + xy^3 - y^4} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad + 2y^4
\end{array}
$$

Die Division geht nicht auf!
Man sieht aber leicht, dass sie aufginge, wenn der Dividend $(x^4 - y^4)$ hiesse.

Allgemein stellt man fest:

n ist gerade Zahl, also $n = 2, 4, 6, 8, \ldots$

Divisionen des Typs $(x^n - y^n) : (x \pm y)$ gehen immer auf;

Divisionen des Typs $(x^n + y^n) : (x \pm y)$ gehen nie auf;

Derartige Terme lassen sich auch mit Faktorenzerlegung angehen:

$$x^6 - y^6 = (x^3 + y^3)(x^3 + y^3) = (x^3 + y^3)(x^2 - xy + y^2)(x + y) \quad \text{(siehe Aufgabe 5c)}$$