

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{7}) - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$$

Den ersten Teil können Sie einfach Klammer mal Klammer rechnen; bedenken Sie dabei, dass $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ist:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{7}) &= \sqrt{4} - \sqrt{10} - \sqrt{14} - \sqrt{10} + \sqrt{25} + \sqrt{35} + \sqrt{14} - \sqrt{35} - \sqrt{49} \\ &= 2 - 2\sqrt{10} + 5 - 7 \\ &= -2\sqrt{10}\end{aligned}$$

Der zweite Teil ist eine 2. binomische Formel:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 &= \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 \\ &= 2 - 2\sqrt{10} + 5 \\ &= 7 - 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

Das ergibt zusammen:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{7}) - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 &= -2\sqrt{10} - (7 - 2\sqrt{10}) \\ &= -2\sqrt{10} - 7 + 2\sqrt{10} \\ &= -7\end{aligned}$$

Noch einfacher wird die Lösung, wenn Sie merken, dass der erste Teil eine 3. binomische Formel ist:

$$[(\sqrt{2} - \sqrt{5}) + \sqrt{7}] \cdot [(\sqrt{2} - \sqrt{5}) - \sqrt{7}] = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - \sqrt{7}^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - 7$$

Zusammen mit dem zweiten Teil:

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - 7 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = -7$$