

g15_2

Lösen Sie die folgenden logarithmischen Gleichungen indem Sie sie auf die Form $\log a = \log b$ bringen und anschliessend in die 10. Potenz erheben.

- a) $\log x + \log(x - 7) = \log 6 + \log 3$ b) $\log(x - 3) - \log 6 = \log 7 - \log(x - 4)$
c) $\log(35 - x^3) = 3 \log(5 - x)$ d) $\log(x - 5) - \log 2 = \log(3x)$
e) $2 \log(x + 1) - \log x = \log 4$ f) $4 \log x = 2 \log(x^2 - 3x)$
-

a)
$$\begin{aligned} \log x + \log(x - 7) &= \log 6 + \log 3 \\ \log[x(x - 7)] &= \log 18 \\ x(x - 7) &= 18 \\ x^2 - 7x - 18 &= 0 \\ (x - 9)(x + 2) &= 0 \end{aligned}$$

$x = -2$ kann nicht eingesetzt werden. $x = 9$ ist die einzige Lösung.

Probe: $\log 9 + \log 2 = \log 6 + \log 3 \Rightarrow \log 18 = \log 18$

b)
$$\begin{aligned} \log(x - 3) - \log 6 &= \log 7 - \log(x - 4) \\ \log\left(\frac{x - 3}{6}\right) &= \log\left(\frac{7}{x - 4}\right) \\ \frac{x - 3}{6} &= \frac{7}{x - 4} \quad | \cdot 6(x - 4) \\ (x - 3)(x - 4) &= 42 \\ x^2 - 7x + 12 &= 42 \\ x^2 - 7x - 30 &= 0 \\ (x - 10)(x + 3) &= 0 \end{aligned}$$

$x = -3$ kann nicht eingesetzt werden. $x = 10$ ist die einzige Lösung.

Probe: $\log(10 - 3) - \log 6 = \log 7 - \log(10 - 4) \Rightarrow \log 7 - \log 6 = \log 7 - \log 6$

c)

$$\begin{aligned} \log(35 - x^3) &= 3 \log(5 - x) \\ \log(35 - x^3) &= \log(5 - x)^3 \\ 35 - x^3 &= (5 - x)^3 \\ 35 - x^3 &= 125 - 75x + 15x^2 - x^3 \\ 0 &= 15x^2 - 75x + 90 \\ 0 &= x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) \end{aligned}$$

Beide Lösungen sind richtig: $x_1 = 2$ und $x_2 = 3$

Probe. $\log(35 - 3^3) = 3 \log(5 - 3) \Rightarrow \log 8 = \log 2^3$
 $\log(35 - 2^3) = 3 \log(5 - 2) \Rightarrow \log 27 = \log 3^3$

d)

$$\begin{aligned} \log(x - 5) - \log 2 &= \log(3x) \\ \log\left(\frac{x - 5}{2}\right) &= \log(3x) \\ \frac{x - 5}{2} &= 3x \\ x - 5 &= 6x \\ -5 &= 5x \\ -1 &= x \end{aligned}$$

$x = -1$ gehört nicht zum Definitionsbereich der Gleichung;
 die Gleichung hat keine Lösung.

e)

$$2 \log(x+1) - \log x = \log 4$$

$$\log(x+1)^2 - \log x = \log 4$$

$$\log\left(\frac{(x+1)^2}{x}\right) = \log 4$$

$$\frac{(x+1)^2}{x} = 4$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

Die Gleichung hat die Lösung $x = 1$

Probe: $2 \log(1+1) - \log 1 = \log 2^2 - 0 = \log 4$

f)

$$4 \log x = 2 \log(x^2 - 3x)$$

$$\log x^4 = \log(x^2 - 3x)^2$$

$$x^4 = (x^2 - 3x)^2$$

$$x^4 = x^4 - 6x^3 + 9x^2$$

$$6x^3 - 9x^2 = 0$$

$$3x^2(2x - 3) = 0$$

Weder $x = \frac{3}{2} = 1.5$ noch $x = 0$ gehören nicht zum Definitionsbereich.

$$x^2 - 3x = 2.25 - 4.5 = -2.25 < 0$$