

g15_4

Lösen Sie zuerst die quadratische Gleichung:

a) $2(\log x)^2 - 5 \log x - 3 = 0$

b) $(\log_2 x)^2 - 7 \log_2 x + 12 = 0$

a) $2(\log x)^2 - 5 \log x - 3 = 0$

Das ist zuerst einmal eine quadratische Gleichung, die wir mit Substitution lösen.

$$\log x = u \Rightarrow 2u^2 - 5u - 3 = 0$$

Mit Taschenrechner oder Formel erhalten wir:

$$u_1 = \log x = 3 \Rightarrow x = 10^3 = 1000$$

$$u_2 = \log x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Kontrolle durch Einsetzen:

$$2(\log 1000)^2 - 5 \log 1000 - 3 = 2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 - 3 = 0$$

$$2(\log(10^{-\frac{1}{2}}))^2 - 5 \log(10^{-\frac{1}{2}}) - 3 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = 0$$

b) $(\log_2 x)^2 - 7 \log_2 x + 12 = 0$

Wie a) – Substitution:

$$\log_2 x = u \Rightarrow u^2 - 7u + 12 = 0 \Rightarrow (u - 3)(u - 4) = 0$$

$$u_1 = \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$$

$$u_2 = \log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$$

Kontrolle durch Einsetzen: $(\log_2 8)^2 - 7 \log_2 8 + 12 = 3^2 - 7 \cdot 3 + 12 = 0$

$$(\log_2 16)^2 - 7 \log_2 16 + 12 = 4^2 - 7 \cdot 4 + 12 = 0$$