2. Bringen Sie die folgenden Gleichungen in die Scheitelpunktsform und geben Sie den Scheitelpunkt an:

a)	$y = x^2 + 6x + 11$	f)	$y = -x^2 - 16x - 66$
b)	$y = x^2 - 10x + 24$	g)	$y = 2x^2 - 4x + 2$
c)	$y = x^2 - x$	h)	$y = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 8$
d)	$y = x^2 + 7x + 12$	i)	$y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
e)	$y = -x^2 + 8x - 13$	k)	$y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 4$

---

a) $y = x^2 + 6x + 11$

Vorbereiten:

$$\begin{aligned} y - 11 &= x^2 + 6x \\ y - 11 &= (x + \quad)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 11 &= x^2 + 6x \\ & \quad\ \downarrow :2x \\ y - 11 &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

Nun ist aber: $(x+3)^2 = x^2 + 6x \mathbf{+ 9}$, deshalb müssen wir die vorletzte Gleichung korrigieren:

$$\begin{aligned} y - 11 \ \mathbf{+ 9} &= x^2 + 6x \ \mathbf{+ 9} \\ & \quad\ \downarrow :2x \\ y - 2 &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

Die fehlende 9 muss auf beiden Seiten addiert werden!

Sie erhalten die Scheitelpunktsgleichung: $y - 2 = (x+3)^2$ mit $S(-3|2)$

Arbeiten Sie stets in der Reihenfolge, die die grünen Pfeile andeuten!

b) $y = x^2 - 10x + 24$

$$\begin{aligned} y - 24 \ + 25 &= x^2 - 10x + 25 \\ & \quad\ \downarrow :2x \\ y + 1 &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

$S(5|-1)$

c) $y = x^2 - x$

$$y + \tfrac{1}{4} = x^2 - x + \tfrac{1}{4}$$

$$\downarrow : 2x$$

$$y + \tfrac{1}{4} = (x - \tfrac{1}{2})^2$$

$S(\tfrac{1}{2} | -\tfrac{1}{4})$

d) $y = x^2 + 7x + 12$

$$y - 12 + 12.25 = x^2 + 7x + 12.25$$

$$\downarrow : 2x$$

$$y + 0.25 = (x + 3.5)^2$$

$S(-3.5 | -0.25)$

e) $y = -x^2 + 8x - 13$

$$y + 13 - 16 = -(x^2 - 8x + 16)$$

$$\downarrow : 2x$$

$$y - 3 = -(x - 4)^2$$

$S(4 | 3)$

Beachten Sie:

- die binomische Formel beginnt immer mit x^2, also: **Minuszeichen ausklammern**!
- Sie haben zwar rechts mit **+16** ergänzt; diese Zahl steht aber in einer Klammer hinter einem Minuszeichen: **-(+16)** = **-16**, Eigentlich haben wir 16 subtrahiert und müssen das auch auf der linken Seite tun!

f) $y = -x^2 - 16x - 66$

$$y + 66 - 64 = -(x^2 + 16x + 64)$$

$$\downarrow : 2x$$

$$y + 2 = -(x + 8)^2$$

$S(-8 | -2)$

Addition von $2 \cdot 1$

g) $y = 2x^2 - 4x + 2$

$$y - 2 \; + 2 = 2\,(x^2 - 2x + 1)$$

$: 2x$

$$y = 2\,(x - \;1)^2$$

$S(1|0)$

h) $y = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 8$

$$y - 8 \; + \frac{1}{2} \cdot 36 = \frac{1}{2}\,(x^2 + 12x + 36)$$

$: 2x$

$$y + 10 = \frac{1}{2}\,(x + \;6)^2$$

$S(-6|-10)$

i) $y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

$$y - \frac{1}{4} \; + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{2}\,(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16})$$

$: 2x$

$$y - \frac{5}{32} = \frac{1}{2}\,(x - \;\frac{1}{4})^2$$

$S(\frac{1}{4}|\frac{5}{32})$

k) $y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 4$

$$y + 4 \;\mathbf{+ -\tfrac{3}{4} \cdot 16} = \mathbf{-\tfrac{3}{4}}\mathbf{(}x^2 + 8x \;\mathbf{+16)}$$

$$\downarrow :2x$$

$$y - 8 = -\frac{3}{4}(x + \quad 4)^2 \qquad\qquad S(-4|8)$$

Ich demonstriere hier noch eine Variante, die sich auf alle Beispiele ab e) anwenden lässt:

$$\begin{aligned} y &= -\tfrac{3}{4}x^2 - 6x - 4 && \mathbf{|\ :(-\tfrac{3}{4}) = \cdot(-\tfrac{4}{3})} \\ -\tfrac{4}{3}y &= x^2 + 8x + \tfrac{16}{3} && \\ -\tfrac{4}{3}y - \tfrac{16}{3} \mathbf{+16} &= x^2 + 8x \mathbf{+16} && \\ -\tfrac{4}{3}y + \tfrac{32}{3} &= (x+4)^2 && \mathbf{|\ :(-\tfrac{4}{3}) = \cdot(-\tfrac{3}{4})} \\ y - 8 &= -\tfrac{3}{4}(x+4)^2 && \end{aligned}$$