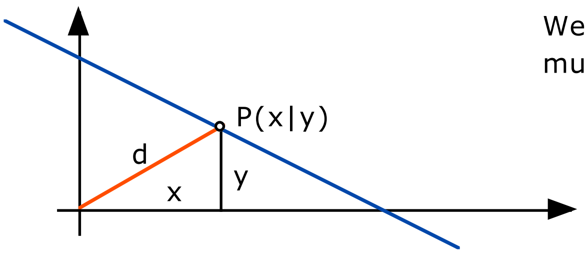
Welcher Punkt P auf der Geraden $y = 4 - \frac{1}{2}x$ hat den kleinsten Abstand vom Punkt $(0|0)$?



Wenn $P(x|y)$ auf der Geraden liegen soll, dann muss $y = 4 - \frac{1}{2}x$ sein.

Wichtige Regel: eine Wurzel ist genau dann maximal oder minimal, wenn ihr Radikand (der Term unter dem Wurzelzeichen) maximal oder minimal ist.

Also: $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist an der gleichen Stelle minimal wie $d^2 = x^2 + y^2$

$$\begin{aligned} d^2 &= x^2 + y^2 \\ &= x^2 + \left(4 - \tfrac{1}{2}x\right)^2 \\ &= x^2 + 16 - 4x + \tfrac{1}{4}x^2 \\ &= \tfrac{5}{4}x^2 - 4x + 16 \end{aligned}$$

Gleichung einer nach oben geöffneten Parabel.

Wir bestimmen den Scheitelpunkt:

$$\begin{aligned} d^2 &= \tfrac{5}{4}x^2 - 4x + 16 \\ d^2 - 16 + \tfrac{256}{25} &= \tfrac{5}{4}(x^2 - \tfrac{16}{5}x + \tfrac{256}{25}) \\ d^2 - 5.76 &= \tfrac{5}{4}(x - \tfrac{8}{5})^2 \end{aligned}$$

Der Punkt mit minimalem Abstand hat den x-Wert $x = \frac{8}{5}$ und den y-Wert $y = \frac{16}{5}$,

$P\left(\frac{8}{5} \middle| \frac{16}{5}\right)$