7. Gegeben sind eine Parabel und eine Gerade; bestimmen Sie rechnerisch (eventuell auch zeichnerisch) die Koordinaten ihrer Schnittpunkte.

a) $y = x^2 + 2x\,,\quad y = 2x + 4$

b) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{11}{4}\,,\quad y = x + 5$

c) $y = x^2 + 4x + 7\,,\quad y = \frac{1}{2}x + 3$

d) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4\,,\quad x = 2$

Parabel und Gerade liefern je eine Gleichung mit den beiden Unbekannten x und y.
Die Lösungspaare dieses Gleichungssystems sind die Koordinaten der Schnittpunkte.

a) $$\left|\begin{array}{l} y = x^2 + 2x \\ y = 2x + 4 \end{array}\right|$$

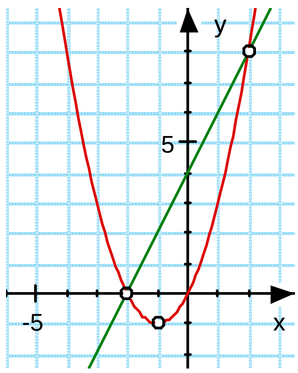
Wir können die rechten Seiten einander gleichsetzen oder die Gleichungen voneinander subtrahieren. Mit dem 2. Vorschlag sparen wir uns den Arbeitsgang ordnen, Vorbedingung ist aber, dass Sie fehlerfrei subtrahieren können.

Vorschlag: ändern Sie die Vorzeichen der einen Gleichung mit roter Farbe und addieren Sie!

$$\left|\begin{array}{r} y = x^2 + 2x \\ -\,y = -\,2x - 4 \end{array}\right|$$

$$0 = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

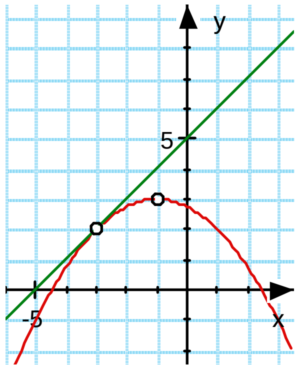
$x_1 = -2,\quad y_1 = 2x + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S_1\,(-2\,|\,0)}$
$x_2 = +2,\quad y_2 = 2x + 4 = 8 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S_2\,(2\,|\,8)}$



b)
$$\left| \begin{array}{l} y = -\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{2}x + \tfrac{11}{4} \\ y = x + 5 \end{array} \right|$$

$$0 = -\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{3}{2}x - \tfrac{9}{4} \qquad | \cdot (-4)$$
$$0 = x^2 + 6x + 9$$
$$0 = (x+3)(x+3)$$

Zwei gleiche Lösungen, Berührungspunkt in **B (-3|2)**

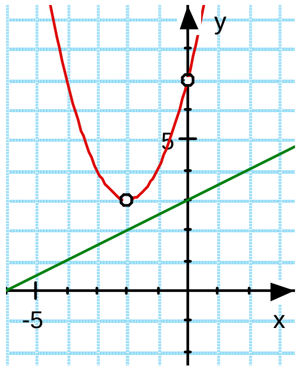


c)
$$\left| \begin{array}{l} y = x^2 + 4x + 7 \\ y = \tfrac{1}{2}x + 3 \end{array} \right|$$

$$0 = x^2 + 3.5x + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-3.5 \pm \sqrt{12.25 - 16}}{2}$$

Die Gleichung hat keine Lösung:
Parabel und Gerade schneiden sich nicht.



d)
$$\left| \begin{array}{l} y = -\tfrac{1}{4}x^2 + 4 \\ x = 2 \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow \quad y = -1 + 4 = 3$$

Es gibt nur ein Lösungspaar,
bzw. nur einen Schnittpunkt: **S (2|3)**