8. Gegeben sind zwei Parabeln; bestimmen Sie rechnerisch (eventuell auch zeichnerisch) die Koordinaten ihrer Schnittpunkte.

a) $y = -2x^2 + 4x + 4 \,, \quad y = 2x^2 + 4x$

b) $y = -x^2 - 2x + 8 \,, \quad y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 9.5$

c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10 \,, \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

d) $y = 2x^2 - 8x + 8 \,, \quad y = x^2 - 2x - 2$

---

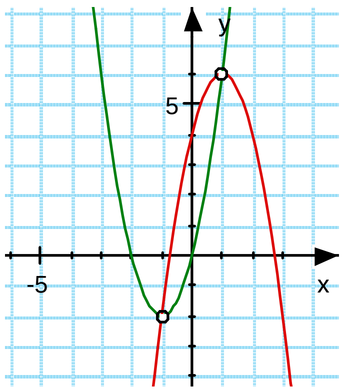
die beiden Parabeln liefern zwei Gleichungen mit den beiden Unbekannten x und y.
Die Lösungspaare dieses Gleichungssystems sind die Koordinaten der Schnittpunkte.

Wir können die rechten Seiten einander gleichsetzen oder die Gleichungen voneinander subtrahieren. Mit dem 2. Vorschlag sparen wir uns den Arbeitsgang ordnen, Vorbedingung ist aber, dass Sie fehlerfrei subtrahieren können.

Vorschlag: ändern Sie die Vorzeichen der einen Gleichung mit roter Farbe und addieren Sie!

a)
$$\left| \begin{array}{l} y = -2x^2 + 4x + 4 \\ -y = -2x^2 \; -4x \end{array} \right|$$

$$0 = -4x^2 + 4$$
$$0 = x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$



Die Gleichung hat zwei Lösungen;
Berechnen Sie die y-Werte mit der einfacheren Parabelgleichung (hier die 2.):

Schnittpunkte: $\mathbf{S_1\,(-1|-2)}$ und $\mathbf{S_2\,(1|6)}$

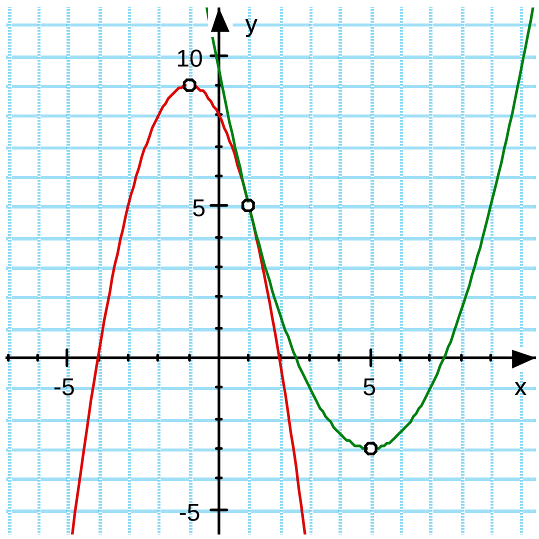
b)

$$\left|\begin{array}{l} -\,y = +\,x^2 + 2x - 8 \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 9.5 \end{array}\right|$$

$$0 = 1.5\,x^2 - 3x + 1.5 \qquad \Big| :1.5$$

$$0 = x^2 - 2x + 1 = (x-1)(x-1)$$

Es ergibt sich eine Doppellösung, was graphisch einem Berührungspunkt $\mathbf{B\,(1|5)}$ entspricht.



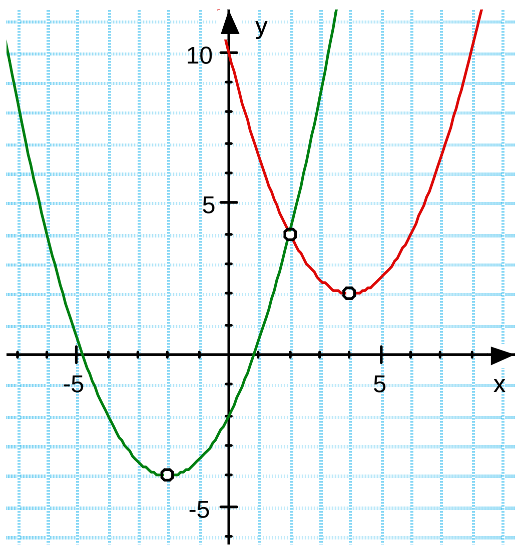
c)

$$\left|\begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10 \\ y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \end{array}\right|$$

$$0 = -6x + 12 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

Die Parabeln haben nur einen einzigen Schnittpunkt: $\mathbf{S\,(2|4)}$.

Vergleichen Sie mit b)



d)

$$\left|\begin{array}{l} y = 2x^2 - 8x + 8 \\ y = x^2 - 2x - 2 \end{array}\right|$$

$$0 = x^2 - 6x + 10$$

Diese Gleichung hat keine Lösung:
Die Diskriminante ist $36 - 40 = -4 < 0$