$$\mathbf{\frac{b\sqrt{a - x} - a\sqrt{b - x}}{\sqrt{a - x} - \sqrt{b - x}} = x}$$

Diese Gleichung ist weit weniger schlimm, als der erste Blick vermuten lässt: es kommen nur zwei verschiedene Wurzeln vor:

$$w_a = \sqrt{a - x}$$
$$w_b = \sqrt{b - x}$$

Das setzen wir der Übersicht halber mal in die Gleichung ein:

$$\frac{b \cdot w_a - a \cdot w_b}{w_a - w_b} = x \qquad \Big| \cdot (w_a - w_b)$$

$$b \cdot w_a - a \cdot w_b = x \cdot w_a - x \cdot w_b$$

Wir bringen die $w_a$ auf die eine Seite und die $w_b$ auf die andere Seite der Gleichung und faktorisieren:

$$b \cdot w_a - x \cdot w_a = a \cdot w_b - x \cdot w_b$$
$$w_a\,(b - x) = w_b\,(a - x)$$

Die Wurzeln werden wieder eingesetzt und quadriert:

$$\sqrt{a - x}\,(b - x) = \sqrt{b - x}\,(a - x)$$
$$(a - x)\,(b - x)^2 = (b - x)(a - x)^2$$

Vorsicht! nicht dividieren! Die Klammern enthalten eine Unbekannte.
Wir nehmen alles auf eine Seite und klammern $(a - x)(b - x)$ aus:

$$(a - x)\,(b - x)^2 - (b - x)(a - x)^2 = 0$$
$$(a - x)\,(b - x)\,[(b - x) - (a - x)] = 0$$
$$(a - x)\,(b - x)\,[b - a] = 0$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind: $\mathbf{x_1 = a,\quad x_2 = b}$
Beide Lösungen sind brauchbar, wovon Sie sich mit Einsetzen sehr leicht überzeugen können!