

$$\sqrt{4x+9} - \sqrt{3x-5} = 2$$

Eine der Wurzeln lässt sich **isolieren**:

$$\sqrt{4x+9} = \sqrt{3x-5} + 2$$

Beide Seiten **quadrieren**:

$$\begin{aligned}(\sqrt{4x+9})^2 &= (\sqrt{3x-5} + 2)^2 \\ 4x+9 &= (3x-5) + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3x-5} + 4\end{aligned}$$

Vereinfachen und die verbleibende Wurzel **isolieren**:

$$\begin{aligned}4x+9 &= 3x-1 + 4\sqrt{3x-5} \\ x+10 &= 4\sqrt{3x-5}\end{aligned}$$

Erneut beide Seiten **quadrieren**:

$$\begin{aligned}(x+10)^2 &= (4\sqrt{3x-5})^2 \\ x^2 + 20x + 100 &= 16(3x-5) \\ x^2 + 20x + 100 &= 48x - 80\end{aligned}$$

Achtung! binomische Formel!

Vereinfachen und ordnen, wie es sich für eine quadratische Gleichung gehört:

$$\begin{aligned}x^2 - 28x + 180 &= 0 \\ (x-10)(x-18) &= 0\end{aligned}$$

Die quadratische Gleichung hat zwei Lösungen: $x_1 = 10$, $x_2 = 18$; sie kann auch mit der Formel oder dem TR gelöst werden.

Prüfen:

$$\begin{aligned}x_1 = 10 & \quad \sqrt{4 \cdot 10 + 9} - \sqrt{3 \cdot 10 - 5} = \sqrt{49} - \sqrt{25} = 7 - 5 = 2 \quad \text{die Lösung stimmt.} \\ x_2 = 18 & \quad \sqrt{4 \cdot 18 + 9} - \sqrt{3 \cdot 18 - 5} = \sqrt{81} - \sqrt{49} = 9 - 7 = 2 \quad \text{die Lösung stimmt.}\end{aligned}$$