

$$\sqrt{3x+4} + \sqrt{4x-7} = 7$$

Zuerst eine der Wurzeln **isolieren**:

$$\sqrt{3x+4} = 7 - \sqrt{4x-7}$$

Beide Seiten der Gleichung **quadrieren**:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3x+4})^2 &= (7 - \sqrt{4x-7})^2 \\ 3x+4 &= 49 - 14\sqrt{4x-7} + (4x-7) \end{aligned}$$

Achtung! binomische Formel!

Die verbliebene Wurzel **isolieren**:

$$14\sqrt{4x-7} = x+38$$

Erneut **quadrieren** und vereinfachen:

$$\begin{aligned} (14\sqrt{4x-7})^2 &= (x+38)^2 \\ 196(4x-7) &= x^2 + 76x + 1444 \\ 784x - 1372 &= x^2 + 76x + 1444 \\ 0 &= x^2 - 708x + 2816 \end{aligned}$$

Achtung! binomische Formel!

Diese Gleichung ist mit der Formel oder dem TR zu lösen: $x_1 = 704$, $x_2 = 4$

Prüfen!

$$\begin{aligned} x_1 = 704 & \quad \sqrt{3 \cdot 704 + 4} + \sqrt{4 \cdot 704 - 7} = \sqrt{2116} + \sqrt{2809} = 46 + 53 \neq 7 \\ x_2 = 4 & \quad \sqrt{3 \cdot 4 + 4} + \sqrt{4 \cdot 4 - 7} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

Die Wurzelgleichung hat die Lösung $x = 4$;
dass $x_1 = 704$ viel zu gross ist könnte man auch ohne Einsetzen sehen.