$\sqrt{9x+5} - \sqrt{6x} - \sqrt{2} = 0$

Eine der Wurzeln **isolieren**, aber sicher nicht $\sqrt{2}$; diese Wurzel enthält ja keine Unbekannte; im Allgemeinen ist es sowieso ratsam, zuerst die komplizierteste Wurzel dran zu nehmen.

$$\sqrt{9x+5} = \sqrt{6x} + \sqrt{2}$$

Beide Seiten der Gleichung **quadrieren**:

$$\left(\sqrt{9x+5}\right)^2 = \left(\sqrt{6x} + \sqrt{2}\right)^2$$
$$9x + 5 = 6x + 2\sqrt{6x} \cdot \sqrt{2} + 2$$
$$9x + 5 = 6x + 2 + 2\sqrt{12x}$$

Achtung! binomische Formel!

Verbliebene Wurzel **isolieren** und beide Seiten der Gleichung **quadrieren**:

$$(3x+3)^2 = \left(2\sqrt{12x}\right)^2$$
$$9x^2 + 18x + 9 = 4 \cdot 12x$$
$$9x^2 + 18x + 9 = 4 \cdot 12x$$
$$9x^2 - 30x + 9 = 0$$
$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

Achtung! binomische Formel!

Die Lösung der quadratischen Gleichung mit der Formel oder dem TR ergibt: $x_1 = 3, \quad x_2 = \frac{1}{3}$

Prüfen:

$x_1 = 3$ $\quad \sqrt{27+5} - \sqrt{18} - \sqrt{2} = \sqrt{32} - \sqrt{18} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

$x_2 = \frac{1}{3}$ $\quad \sqrt{3+5} - \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{8} - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

Die Wurzelgleichung hat zwei Lösungen: $\mathbf{x_1 = 3, \quad x_2 = \frac{1}{3}}$