Aufgabe 8
Bestimmen Sie beim gegebenen Planungspolygon für jede Zielfunktion den jeweils grössten und kleinsten Wert.

$$\begin{aligned} y &\geq -1 \\ -2x + y &\leq 2 \\ 2x + 3y &\geq 6 \\ x + 3y &\geq 3 \end{aligned}$$

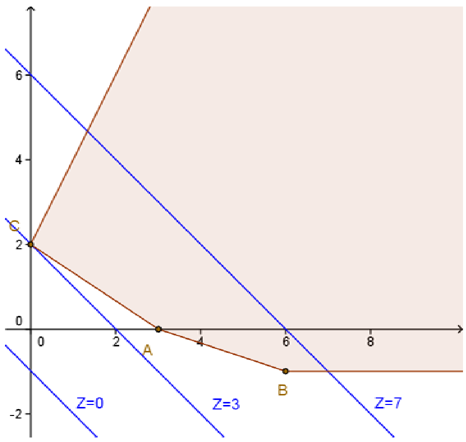
a) Z=x+y+1
b) Z=x-y-1
c) Z=3x+5y

---

a) Wir lösen die Zielfunktion Z=x+y+1 nach y auf: $y = -x + (-1 + Z)$:

die Steigung der Zielfunktion ist -1:

Vom Ungleichungssystem ist der Übersicht halber nur die resultierende Fläche gezeichnet



Hier haben wir nur ein Minimum im Punkt C, aber kein Maximum.

$C\,(0\,|\,2)$
Die Koordinaten von C ergeben sich durch Berechnung des Schnittpunktes von:

$$\left| \begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ -2x + y &= 2 \end{aligned} \right|$$

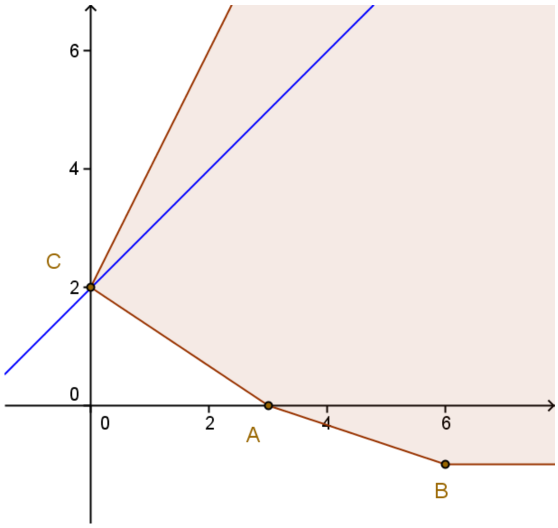
diese Koordinaten ergeben in der Zielfunktion $Z = x + y - 1$ eingesetzt:

$$Z_{Min}(0\,|\,2) = 3$$

Minimum, weil $Z\,(0\,|-1) = 0$ und $Z\,(0\,|\,6) = 7$;
Hier nimmt Z zu, wenn die Gerade nach recht wandert.

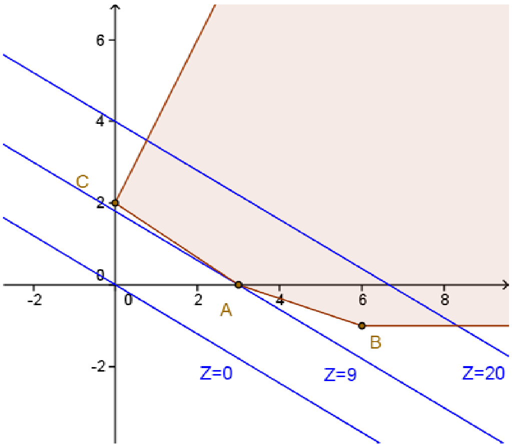
b) $Z = x - y - 1 \quad \Rightarrow \quad y = x - 1 - Z$

Die Geradenschar hat die Steigung 1
Geraden mit der Steigung 1 können das Polygon nicht berühren, es gibt weder ein Minimum, noch ein Maximum.



c) $Z = 3x + 5y \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{3}{5}x + \frac{Z}{5}$

Die Geradenschar hat die Steigung $-\dfrac{3}{5}$



Nur die Gerade durch A berührt das Polygon.

A ist der Schnittpunkt von

$$\left| \begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \\ x + 3y = 3 \end{array} \right| \quad \Rightarrow \quad A(3 \mid 0)$$

$$Z_{Min}(3 \mid 0) = 9$$

Wenn wir in $Z = 3x + 5y$ den Punkt $(0 \mid 0)$ einsetzen, erhalten wir $Z = 0$
Wenn wir in $Z = 3x + 5y$ den Punkt $(0 \mid 4)$ einsetzen, erhalten wir $Z = 20$