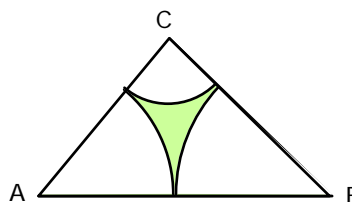


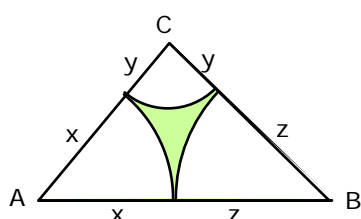
Gegeben:  $\overline{AB} = 10$ ,  $\overline{BC} = 13$ ,  $\overline{AC} = 9$

Die Kreisbogen um A, B, C berühren sich paarweise.  
Welchen Inhalt hat die grüne Fläche?



Vorbemerkung:

Ich speichere alle gefundenen Werte auf dem Taschenrechner und rechne grundsätzlich mit den gespeicherten Werten weiter; das verhindert Rundungsfehler und Tippfehler und ist erst noch schneller.



Berechnung der Radien:

$$\begin{cases} x + z = 10 \\ y + z = 13 \\ x + y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2x = 6 & x = 3 \\ & y = 6 \\ & z = 7 \end{matrix}$$

Winkel des Dreiecks ABC:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \alpha = 86.2^\circ$$

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a} \Rightarrow \beta = 43.7^\circ$$

$$\gamma = 50.1^\circ$$

Von der Fläche des ganzen Dreiecks müssen die Flächen der Kreissektoren abgezogen werden:

$$A_V = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{13 \cdot 9 \cdot \cos \gamma}{2} = 44.90$$

$$A_A = \frac{x^2 \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{3^2 \pi \cdot \alpha}{360} = 6.77$$

$$A_B = \frac{z^2 \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{7^2 \pi \cdot \beta}{360} = 18.68$$

$$A_C = \frac{y^2 \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{6^2 \pi \cdot \gamma}{360} = 15.75$$

$$\mathbf{A = 3.70}$$